

## İNTEGRAL

Diferansiyel Kavramı.....	3
Belirsiz İntegral.....	4
Değişken Değiştirerek İntegral Almak.....	7
Belirli İntegral.....	9
Parçalı Fonksiyonların Belirli İntegralleri .....	11
Mutlak Değer Fonksiyonunun İntegrali .....	11
Riemann Toplamı.....	14
İntegral Hesabının Uygulamaları .....	17
Testler .....	27
Cevap Anahtarı.....	47



## DİFERANSİYEL KAVRAMI

Türevlenebilir bir  $f(x)$  fonksiyonunun türevi  $\frac{d(f(x))}{dx} = f'(x)$  olmak üzere  $d(f(x))$  ifadesine  $f(x)$

fonksiyonunun diferansiyeli denir.

$$d(f(x)) = f'(x) \cdot dx \text{ olarak bulunur.}$$

### Örnek Soru

$$f(x) = 2x^2 + 10x$$

ifadesinin diferansiyelini bulunuz.

### Biz Çözdük

$$d(f(x)) = f'(x)dx \text{ olduğu için,}$$

$$d(f(x)) = (4x + 10)dx \text{ olmalıdır.}$$

### Dikkate Al

$f$  tanım aralığında türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere

1.  $f(x) = c$  ise  $f'(x) = 0$  ( $c$  sabit)

2.  $f(x) = c \cdot x^n$  ise  $f'(x) = c \cdot n \cdot x^{n-1}$

3.  $f(x) = g(x) \mp h(x)$  ise  
 $f'(x) = g'(x) \mp h'(x)$

4.  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$  ( $h(x) \neq 0$ ) ise  
 $f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - h'(x) \cdot g(x)}{h^2(x)}$

5.  $f(x) = \sqrt{x}$  ise  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

6.  $f(x) = \frac{1}{x}$  ise  $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

özellikleri sağlanır.

### Örnek Soru

$$f(x) = \frac{2x+3}{3x-5}$$

ifadesinin diferansiyelini bulunuz.

### Sen Çöz 1

### Örnek Soru

$t = x^2 + 3x$  ifadesinde her iki tarafın diferansiyelini alınız.

### Sen Çöz 2

### Örnek Soru

$u = 4x - 7$  ifadesinden  $dx$  bulunuz.

### Sen Çöz 3

## BELİRSİZ İNTEGRAL

$$\int f(x)dx = F(x) + c \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

$$\int d(f(x)) = \int f'(x)dx = f(x) + c$$

## BELİRSİZ İNTEGRALIN ÖZELLİKLERİ

1.  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere

$$\int af(x)dx = a \int f(x)dx$$

2.  $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

## GENEL İNTEGRAL FORMÜLLERİ

1.  $\int adx = ax + c$

2.  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

### Örnek Soru

Aşağıdaki integrallerin eşitlerini bulunuz.

a)  $\int 2x^3 dx$

b)  $\int 3dx$

c)  $\int \frac{dx}{x^4}$

d)  $\int \sqrt[3]{u^2} du$

e)  $\int \frac{dy}{\sqrt[4]{y}}$

### Biz Çözdük

a)  $\int 2x^3 dx = \frac{2x^4}{4} + c = \frac{x^2}{2} + c$

b)  $\int 3dx = 3x + c$

c)  $\int x^{-4} dx = \frac{x^{-3}}{-3} + c = -\frac{1}{3x^3} + c$

d)  $\int u^{\frac{2}{3}} du = \frac{u^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + c = \frac{3\sqrt[3]{u^5}}{5} + c$

e)  $\int y^{-\frac{1}{4}} dy = \frac{y^{\frac{3}{4}}}{\frac{3}{4}} + c = \frac{4\sqrt[4]{y^3}}{3} + c$

### Örnek Soru

$$\int \left( x^2 - \frac{4}{x^3} + \sqrt[3]{x} + 2x \right) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

### Sen Çöz 4

### Örnek Soru

$$f(x) = \int 2(x^3 - 4e^{-2x} + \ln(e+x) \cos x) dx$$

fonksiyonu veriliyor.  $f'(0)$  değerini bulunuz.

### Sen Çöz 5

### Örnek Soru

Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

a)  $\int 3x^3 dx$     b)  $\int \frac{x^3+1}{x^2} dx$     c)  $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$

### Biz Çözdük

a)  $\int 3x^3 dx = \frac{3x^4}{4} + c = \frac{3}{4}x^4 + c$

b)  $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx = \int \left( \frac{x^3}{x^2} + \frac{1}{x^2} \right) dx$   
 $= \int (x + x^{-2}) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{x^{-1}}{-1} + c$   
 $= \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + c$

c)  $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx = \int \left( \frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \int \left( \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} \right) dx$   
 $= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + c$   
 $= \frac{2x\sqrt{x}}{3} + 2\sqrt{x} + c$

**Örnek Soru**

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + c \text{ olmak üzere,}$$

$$\int \frac{(y+1)^2}{y^3} dy \text{ integralinin eşitini bulunuz.}$$

**Sen Çöz 6**

**Örnek Soru**

$f'(x) = 3x^3 + 2x - 1$  ve  $f(1) = 4$  olduğuna göre  $f(-1)$  in değeri kaçtır?

**Sen Çöz 7**

**Örnek Soru**

$y = f(x)$  fonksiyonunun  $(2, -5)$  noktasındaki teğelinin eğimi 4 tür  
 $f''(x) = 6x^2 + 2$  ise  $f(1)$  kaçtır?

**Sen Çöz 8**

**Örnek Soru**

Herhangi bir noktasındaki teğelinin eğimi o noktanın apsisine eşit olan ve  $(-1, \frac{3}{2})$  noktadan geçen eğrinin denklemini bulunuz.

**Sen Çöz 9**

**Örnek Soru**

$$f(x) = y = x^2 - 5x - 6$$

$g(x) = \int 3y dy$  olduğuna göre  $g(x)$  fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsileri toplamını bulunuz.

**Sen Çöz 10**

**Örnek Soru**

$y = f(x)$  fonksiyonu için  $\frac{dy}{dx} = \frac{5x+6}{3y^2}$  eşitliği veriliyor.  $f(0) = 2$  ise  $f^3(2)$  kaçtır?

**Biz Çözdük**

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5x+6}{3y^2} \Rightarrow 3y^2 dy = (5x+6) dx$$

Her iki tarafın integrali alınırsa

$$\begin{aligned} \int 3y^2 dy &= \int (5x+6) dx \Rightarrow \frac{3y^3}{3} = \frac{5x^2}{2} + 6x + c \\ \Rightarrow y^3 &= \frac{5x^2}{2} + 6x + c \Rightarrow f^3(x) = \frac{5x^2}{2} + 6x + c \\ \Rightarrow x=0 \text{ için } f^3(0) &= c \Rightarrow c = 2^3 = 8 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Öyleyse  $f^3(x) = \frac{5x^2}{2} + 6x + 8$  dir.

$$f^3(2) = \frac{5 \cdot 2^2}{2} + 6 \cdot 2 + 8 = 30$$

**Örnek Soru**

$y = f(x)$  fonksiyonu için  $\frac{dy}{dx} = \frac{5x+6}{3y^2}$  eşitliği veriliyor.  $f(0) = 2$  ise  $f^3(2)$  kaçtır?

**Biz Çözdük**

$$y^2 dx = \frac{dy}{2x+1} \Rightarrow (2x+1) dx = \frac{dy}{y^2}$$

Her iki tarafın integralini alalım.

$$\begin{aligned} \int (2x+1) dx &= \int \frac{dy}{y^2} \Rightarrow \frac{2x^2}{2} + x + c = -\frac{1}{y} \\ \Rightarrow -\frac{1}{f(x)} &= x^2 + x + c \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2 + x + c} \end{aligned}$$

**Örnek Soru**

$f(x)$  polinom fonksiyonu olmak üzere;  $f'(x) + \int f(x) dx = x^4 + 9x^2 - 4$  eşitliği sağlanıyor. Buna göre  $f(-1)$  i bulunuz.

**Sen Çöz 11**

## DEĞİŞKEN DEĞİŞTİREREK İNTEGRAL ALMAK

$\int f(x) \cdot f'(x) dx$  şeklinde bir integralimiz varsa,

yani yanında çarpım olarak türevi olan bir fonksiyonun integralini alıyorsak

$$f(x) = u$$

$$f'(x) dx = du$$

değişken değiştirmesi yapılarak

$$\int f(x) \cdot f'(x) dx = \int u du$$

şeklinde daha kolay bir integral haline dönüştürerek çözüm yapılır.

### Örnek Soru

$\int (x^3 - 2x - 4)^5 (3x^2 - 2) dx$   
integralini hesaplayınız.

### Biz Çözdük

$$x^3 - 2x - 4 = u \text{ denirse}$$

$$(3x^2 - 2) dx = du \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} & \int (x^3 - 2x - 4)^5 (3x^2 - 2) dx \\ &= \int u^5 \cdot du = \frac{u^6}{6} + c \\ &= \frac{(x^3 - 2x - 4)^6}{6} + c \end{aligned}$$

### Örnek Soru

$$\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x-1}} dx$$

integralini hesaplayınız.

### Sen Çöz 12

### Örnek Soru

Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

a)  $\int (5x - 3)^3 dx$

b)  $\int \frac{dx}{(3x+1)^5}$

c)  $\int \sqrt{x-2} dx$

d)  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x+3}}$

### Sen Çöz 13

**Örnek Soru**

Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

- a)  $\int x^2 dx$
- b)  $\int x^2 d(x^2)$
- c)  $\int d(x^3)$
- d)  $\int \frac{d(x^3 + x^2)}{x^3 + x^2}$

**Sen Çöz 14**

**Dikkate Al**

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

**Örnek Soru**

Aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

- a)  $\frac{d}{dx} \int x^2 dx$
- b)  $\frac{d}{dx} \int \frac{x-1}{2x+5} dx$

**Biz Çözdük**

- a)  $\frac{d}{dx} \int x^2 dx = x^2$
- b)  $\frac{d}{dx} \int \frac{x-1}{2x+5} dx = \frac{x-1}{2x+5}$

**Örnek Soru**

$$\int \frac{\sqrt{x} - x}{\sqrt{x} - 1} dx$$

integralinde  $\sqrt{x} = u$  dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

**Sen Çöz 15**





**Örnek Soru**

Bir tur şirketi 25000 kişi sayısı ile başlattığı yurt dışı seyahat kampanyasını  $30\sqrt{t}$  kişi/gün artış hızı ile artırmayı planlamaktadır. Bu şirket kişi sayısını 26280 kişiye çıkarmak için düzenlediği kampanyayı kaç gün sürdürmelidir?



**Biz Çözdük**

Artış hızı türev fonksiyondur.  $f'(t) = 30\sqrt{t}$  olur. Her iki tarafın integralini alırsak;

$$\int f'(t)dt = \int 30\sqrt{t} dt \Rightarrow f(t) = 30 \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = 20\sqrt{t^3} + c$$

$$t = 0 \text{ iken } f(0) = 25000 \Rightarrow f(0) = c = 25000$$

$$f(t) = 26280 \Rightarrow 26280 = 20\sqrt{t^3} + 25000$$

$$1280 = 20\sqrt{t^3} \Rightarrow 64 = t^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow t = 16$$



**Örnek Soru**

Suyun döküldüğü yüzeydeki kapladığı alanın, buharlaşma sonucu zamana göre değişim,

$B(t) = -\frac{8}{t^2} = (1 \leq t \leq 8)$  bağıntısı ile verilmektedir.  $t = 1$  olduğunda yüzey alanı  $10 \text{ cm}^2$  olduğuna göre 8. günde dökülen suyun yüzeyde kapladığı alan kaç  $\text{cm}^2$  dir?



**Sen Çöz 16**

**BELİRLİ İNTEGRAL**

$f, [a, b]$  aralığında tanımlı ve integrallenebilir olsun.

Eğer  $\int f(x)dx = F(x)$  ise

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

**BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ**

1.  $\int_a^b cf(x)dx = c \int_a^b f(x)dx$

2.  $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

3.  $a, b, c$  herhangi üç gerçektek sayı olsun.  $a < c < b$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

4.  $\int_a^a f(x)dx = 0$

5.  $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

6.  $f$  fonksiyonu sürekli ve çift fonksiyon yani

$$f(-x) = f(x) \text{ ise } \int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$$

7.  $f$  fonksiyonu sürekli ve tek fonksiyon yani

$$f(-x) = -f(x) \text{ ise } \int_{-a}^a f(x)dx = 0$$

**Örnek Soru**

$$\int_0^1 (3x+5)^2 dx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

**Biz Çözdük**

$$3x + 5 = u \text{ diyelim}$$

$$3dx = du$$

Belirli integralde sınırları da değiştirmeliyiz.

$$x = 0 \Rightarrow u = 5$$

$$x = 1 \Rightarrow u = 8$$

$$\int_0^1 (3x+5)^2 dx = \int_5^8 u^2 \frac{du}{3} = \left( \frac{1}{3} \frac{u^3}{3} \right) \Big|_5^8$$

$$= \frac{1}{9} \cdot (8^3 - 5^3)$$

$$= \frac{1}{9} \cdot (8 - 5)(8^2 + 8 \cdot 5 + 5^2)$$

$$= \frac{64 + 40 + 25}{3} = \frac{129}{3}$$

$$= 43$$

**Örnek Soru**

$$\int_0^2 \frac{dx}{(x+1)^2}$$

integralinin sonucunu bulunuz.

**Sen Çöz 17**

**Örnek Soru**

$$\int_0^1 x^3 \cdot (x^2+1) dx$$

integralini hesaplayınız.

**Sen Çöz 18**

**Örnek Soru**

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\tan x}{1 + \cos x} dx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

**Biz Çözdük**

Bu integral simetrik aralıkta olduğu için verilen fonksiyon tek fonksiyon mudur, çift fonksiyon mudur diye kontrol edelim.

x yerine -x yazarak

$$\frac{\tan(-x)}{1 + \cos(-x)} = \frac{-\tan x}{1 + \cos x} = -\left( \frac{\tan x}{1 + \cos x} \right)$$

bulduğumuz için bu fonksiyon tek fonksiyondur.

O halde

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\tan x}{1 + \cos x} = 0$$

olur.

## PARÇALI FONKSİYONLARIN BELİRLİ İNTEGRALLERİ

Verilen fonksiyonun tanım kümesine göre parçalamak gerekir.

### Örnek Soru

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1, & -1 < x < 1 \\ 3x^2, & 1 < x < 2 \end{cases}$$

olduğuna göre,  $\int_{-1}^2 f(x) dx$  kaçtır?

### Biz Çözdük

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 f(x) dx &= \int_{-1}^1 (2x-1) dx + \int_1^2 3x^2 dx \\ &= \left( \frac{2x^2}{2} - x \right) \Big|_{-1}^1 + \left( \frac{3x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 \\ &= ((1-1) - (-1+1)) + (8-1) \\ &= -2+7 = 5 \end{aligned}$$

### Örnek Soru

$$f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x < 1 \\ x-2, & 1 \leq x < 3 \\ 5, & x \geq 3 \end{cases}$$

şeklinde tanımlı bir fonksiyon veriliyor.

$$\int_{-1}^4 f(x) dx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

### Sen Çöz 19

### Örnek Soru

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x, & x < 2 \\ 2x - 3, & 2 \leq x \end{cases}$$

şeklinde tanımlı bir  $f(x)$  fonksiyonu için

$$\int_1^3 f(x) dx \text{ sonucunu bulunuz.}$$

### Sen Çöz 20

## MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN İNTEGRALİ

Mutlak değerini içini sıfır yapan  $x$  değerine göre parçalama yapmak gerekir.

### Örnek Soru

$$\int_0^3 |3x-6| dx \text{ integralinin sonucunu bulunuz.}$$

### Biz Çözdük

$$3x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\begin{aligned} &\int_0^2 (-3x+6) dx + \int_2^3 (3x-6) dx \\ &= \left( -\frac{3x^2}{2} + 6x \right) \Big|_0^2 + \left( \frac{3x^2}{2} - 6x \right) \Big|_2^3 \\ &= \left( \left( -\frac{12}{2} + 12 \right) - (0) \right) + \left( \left( \frac{27}{2} - 18 \right) - \left( \frac{12}{2} - 12 \right) \right) \\ &= 6 + 6 - \frac{9}{2} = \frac{15}{2} \end{aligned}$$

olur.

**Örnek Soru**

$$\int_3^4 |7x - 2| dx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

**Sen Çöz 21**

**Örnek Soru**

$$\int_{-1}^3 |x^2 - x| dx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

**Sen Çöz 22**

**Örnek Soru**

$f(x)$  fonksiyonunun  $x = 1$  ve  $x = 4$  apsisli noktasındaki teğetlerinin eğimleri sırasıyla 3 ve 5 olduğuna göre  $\int_1^4 f''(x)f'(x)dx$  ifadesinin değerini bulunuz.

**Sen Çöz 23**

**Örnek Soru**

$$\frac{d}{dx} \left[ \int_{-2}^4 (3x^2 - 4x^3 + 2x - 1) dx \right]$$

integralinin sonucunu bulunuz.

**Biz Çözdük**

$$\int_{-2}^4 (3x^2 - 4x^3 + 2x - 1)$$

integralinin sonucu bir sabit sayı çıkacaktır. O halde sorulan sabit sayının türevidir. Yani cevap 0 olmalıdır.

**Örnek Soru**

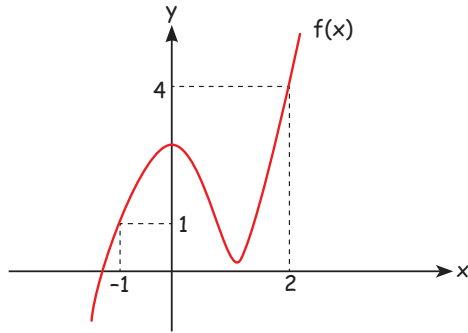
$k \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere başkatsayısı 1 olan ikinci dereceden gerçek katsayılı her  $P(x)$  polinomu için

$$\int_{-2}^2 P(x) dx = 2P(k) + 2P(-k)$$

eşitliği sağlandığına göre  $k$  yı bulunuz.

**Sen Çöz 24**

**Örnek Soru**



Yukarıda grafiği verilen  $f$  fonksiyonu için

$$\int_{-1}^2 [f(x) dx + xf'(x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

**Biz Çözdük**

Grafiğe göre  $f(2) = 4$  ve  $f(-1) = 1$  dir.

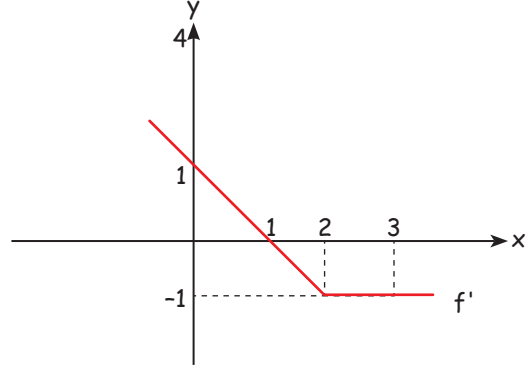
$$\int_{-1}^2 [f(x) + xf'(x)] dx$$

integralini çözmek için  $f(x) + xf'(x) = (x \cdot f(x))'$  olduğunu görmek gerekir.

$$\int_{-1}^2 (xf(x))' dx = xf(x) \Big|_{-1}^2 = (2f(2) - f(-1)) = 2 \cdot 4 + 1 = 9$$

**Örnek Soru**

Aşağıda  $f$  fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$f(-2) = 2$  ise  $f(5)$  i bulunuz.

**Biz Çözdük**

$f'(x)$  in denklemini yazarsak;

$$f'(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 2 \\ -1, & x \geq 2 \end{cases}$$

$x < 2$  için

$$\int f'(x) dx = \int (1-x) dx = x - \frac{x^2}{2} + c_1$$

$$x = -2 \Rightarrow f(-2) = -2 - 2 + c_1 = 2 \Rightarrow c_1 = 6$$

$$x \geq 2 \Rightarrow \text{için } f(-2) = -2 - 2 + c_1 = 2 \Rightarrow c_1 = 6$$

$$\int f'(x) dx = \int -dx = -x + c_2$$

Verilen grafiğe göre, her noktada türev vardır. O halde bu fonksiyon her değer için süreklidir.  $x = 2$  kritik nokta olduğuna göre o noktada süreklilik inceleyelim.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left( x - \frac{x^2}{2} + c_1 \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left( x - \frac{x^2}{2} + 6 \right) = 2 - 2 + 6 = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-x + c_2) = -2 + c_2$$

$$-2 + c_2 = 6 \text{ olmalıdır.}$$

$$c_2 = 8 \text{ olur.}$$

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{x^2}{2} + 6, & x < 2 \\ -x + 8, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$f(5) = -5 + 8 = 3$$

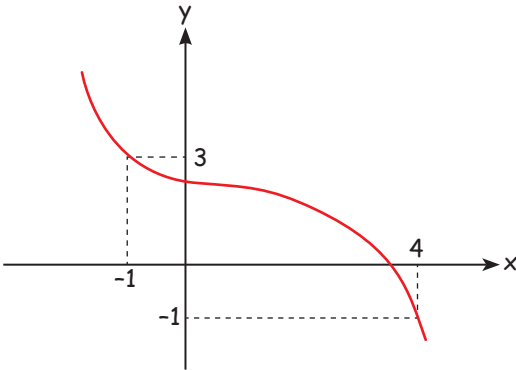
Örnek Soru

$$\int_4^{16} f(x)dx = 12 \text{ olduğuna göre,}$$

$$\int_1^4 f(4x)dx \text{ integralinin değerini bulunuz.}$$

Sen Çöz 25

Örnek Soru



Yukarıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre;

$$\int_{-1}^4 f(x) \cdot f'(x)dx \text{ kaçtır?}$$

Biz Çözdük

$f(x) = u$  diyelim.  
 $f'(x)dx = du$  olur.  
 $x = -1 \Rightarrow f(-1) = 3$        $x = 4 \Rightarrow f(4) = -1$

$$\int_{-1}^4 f(x) \cdot f'(x)dx = \int_3^{-1} udu = \frac{u^2}{2} \Big|_3^{-1}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -4$$

İNTEGRALDE RIEMANN TOPLAMI

$[a, b]$  kapalı aralığı,  $n$  parçaya  $a = x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b$  noktalarıyla bölündüğünde elde edilen

$P = \{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n\}$  kümesine,  $[a, b]$  aralığının bir bölüntüsü denir. Bu  $n$  parça birbirine eşit uzaklıkta ise  $P$  bölüntüsüne düzgün bölüntü denir. Bu düzgün bölüntüde  $[a, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, b]$  kapalı aralıklarının her birinin uzunluğu

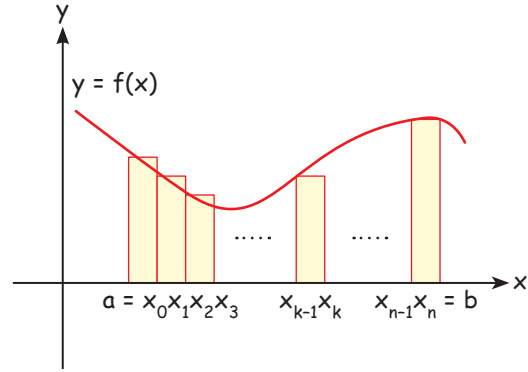
$$\Delta x = x_k - x_{k-1} = \frac{b-a}{n} \text{ dir.}$$

$k \in \{1, 2, \dots, n\}$  olmak üzere,  $f$  fonksiyonu  $[a, b]$  aralığında pozitif tanımlı, sürekli bir fonksiyon ayrıca  $A = \{x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n\}$  kümesi  $[a, b]$  aralığının düzgün bölüntüsü olsun.

$f_k, f(x)$  fonksiyonunun  $[x_{k-1}, x_k]$  aralığındaki en küçük değeri iken

$$f_1 \cdot \Delta x + f_2 \cdot \Delta x + \dots + f_n \cdot \Delta x = \sum_{k=1}^n f_k \cdot \Delta x$$

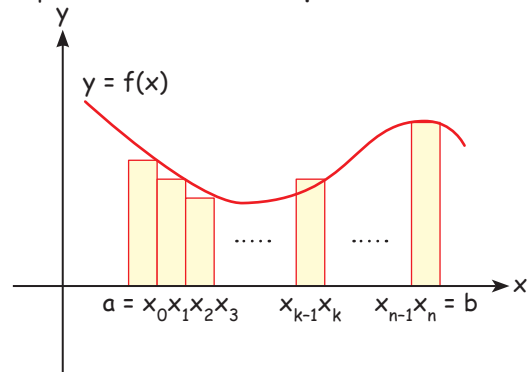
toplamına **Riemann alt toplamı**



$F_k, f(x)$  fonksiyonunun  $[x_{k-1}, x_k]$  aralığındaki en büyük değeri iken

$$F_1 \cdot \Delta x + F_2 \cdot \Delta x + \dots + F_n \cdot \Delta x = \sum_{k=1}^n F_k \cdot \Delta x$$

toplamına **Riemann üst toplamı** denir.



Riemann alt veya üst toplamında  $[a, b]$  aralığını  $n$  parçaya bölmüştük.  $n$  değerini arttırdıkça eğrinin altında kalan alan, gerçek değerine daha da yaklaşır.

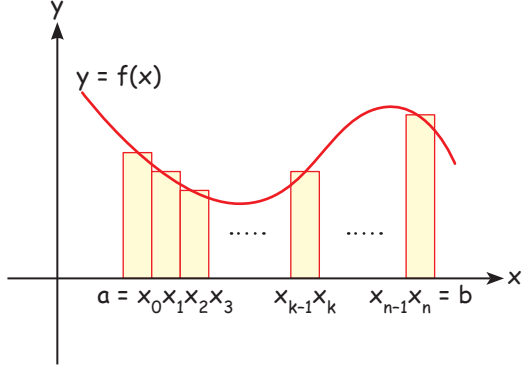
$f_k^*$  .  $f(x)$  fonksiyonunun  $[x_{k-1}, x_k]$  aralığındaki en küçük değeri iken

$$f_1^* \cdot \Delta x + f_2^* \cdot \Delta x + \dots + f_n^* \cdot \Delta x = \sum_{k=1}^n f_k^* \cdot \Delta x$$

toplama **Riemann toplamı** denir.

$n \rightarrow \infty$  için bu toplamın limitini aldığımızda alanın gerçek değerine ulaşmış oluruz.

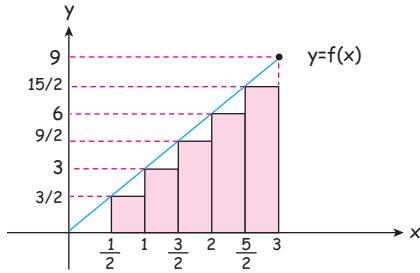
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f_k^* \cdot \Delta x = A$$



**Örnek Soru**

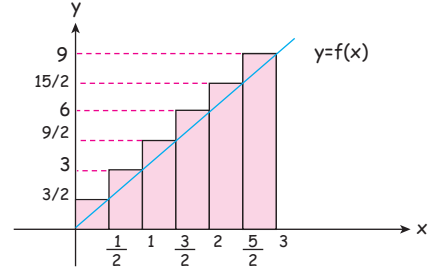
$f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  şeklinde tanımlı  $f(x) = 3x$  fonksiyonu veriliyor. Buna göre aralığı 6 eşit parçaya bölen düzgün bir P parçalanmasına ait alt ve üst toplamı bulunuz.

**Biz Çözdük**



Bu aralığın 6 eşit parçaya bölünmesiyle elde edilen P parçalanmasına ait alt toplamı veren dikdörtgenler yukarıdaki şekildeki gibidir.

$$\begin{aligned} \text{Alt Toplam} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} + \frac{1}{2} \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{2} \\ &= \frac{3}{4} + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + 3 + \frac{15}{4} = \frac{33}{4} + 3 \\ &= \frac{45}{4} \end{aligned}$$



Bu aralığın 6 eşit parçaya bölünmesiyle elde edilen P parçalanmasına ait üst toplamı veren dikdörtgenler yukarıdaki şekildeki gibidir.

$$\begin{aligned} \text{Üst Toplam} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} + \frac{1}{2} \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot \frac{15}{2} + \frac{1}{2} \cdot 9 \\ &= \frac{3}{4} + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + 3 + \frac{15}{4} + \frac{9}{2} = 12 + \frac{15}{4} = \frac{63}{4} \end{aligned}$$

**Örnek Soru**

$f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  şeklinde tanımlı  $f(x) = x^2 + 2$  fonksiyonu veriliyor. Buna göre  $[0, 4]$  aralığını 4 eşit parçaya bölen düzgün bir P parçalanmasına ait üst toplamı bulunuz.

**Sen Çöz 26**

**Örnek Soru**

[1, 3] aralığında birebir ve örten  $f(x)$  fonksiyonu

için  $\int_1^3 f(x)dx = 11$  olarak verilmiştir. [1, 3] ara-

lığını iki eşit parçaya bölen düzgün bir P bölüntüsüne ait Riemann alt toplamının alabileceği en büyük tam sayı değeri a, Riemann üst toplamının alabileceği en küçük tam sayı değeri b olsun. Buna göre  $2a - b$ 'yi bulunuz.

**Sen Çöz 27**

**Örnek Soru**

$f: [1, 2] \rightarrow [3, 6]$  şeklinde tanımlı  $f(x) = x^2 + 2$  fonksiyonu veriliyor. Buna göre; [1, 2] aralığını 4 eşit parçaya bölen düzgün bir P parçalanmasına ait Riemann alt toplamını bulunuz.

**Sen Çöz 28**

**Örnek Soru**

Denklemi  $y = x^2 - x$  olan eğri ile x-ekseni arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.

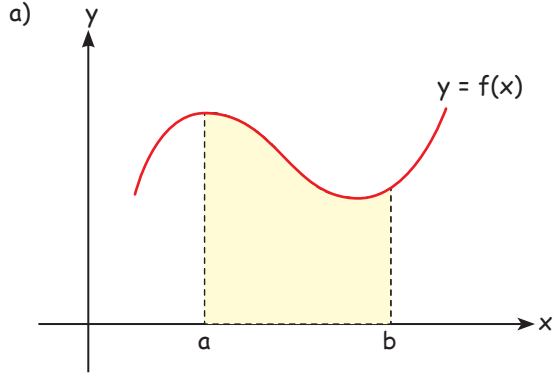
**Sen Çöz 29**



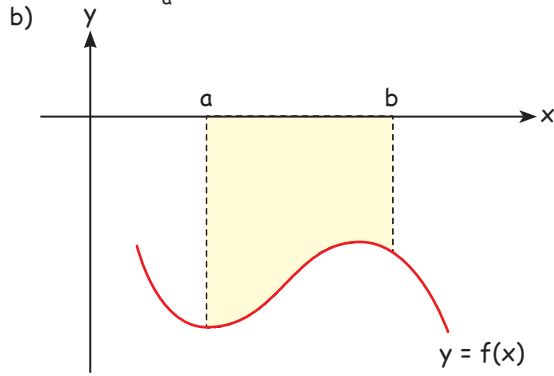
## İNTEGRAL HESABININ UYGULAMALARI

### Alan Hesabı

$y = f(x)$  eğrisi  $x = a$ ,  $x = b$  doğruları ve  $x$  eksenini arasında kalan alan aşağıdaki şekilde bulunur.

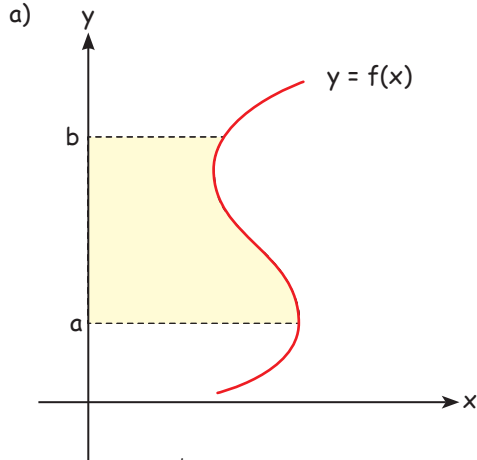


$$\text{Taralı Alan} = \int_a^b f(x) dx$$

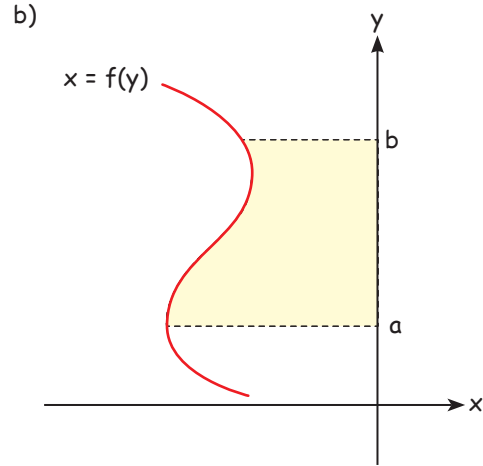


$$\text{Taralı Alan} = - \int_a^b f(x) dx$$

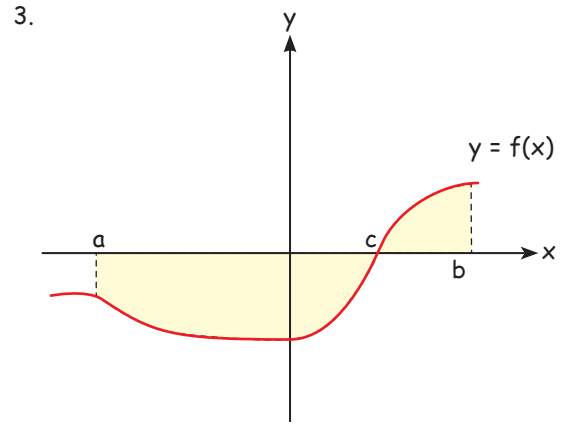
2.  $x = f(y)$  eğrisi  $y = a$ ,  $y = b$  doğruları ve  $y$ -eksenini arasında kalan alan aşağıdaki şekilde bulunur.



$$\text{Taralı Alan} = \int_a^b f(y) dy$$



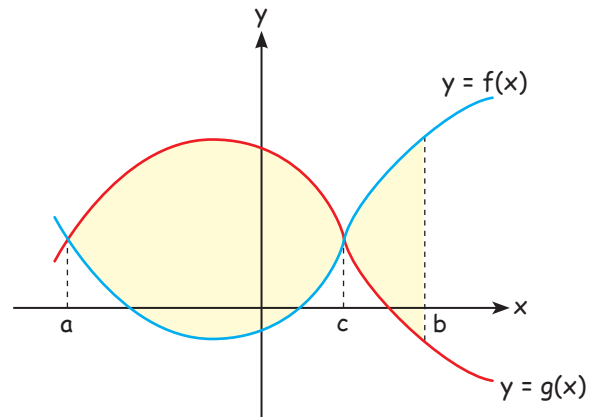
$$\text{Taralı Alan} = - \int_a^b f(y) dy$$



$$\text{Taralı Alan} = \int_a^b |f(x)| dx = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

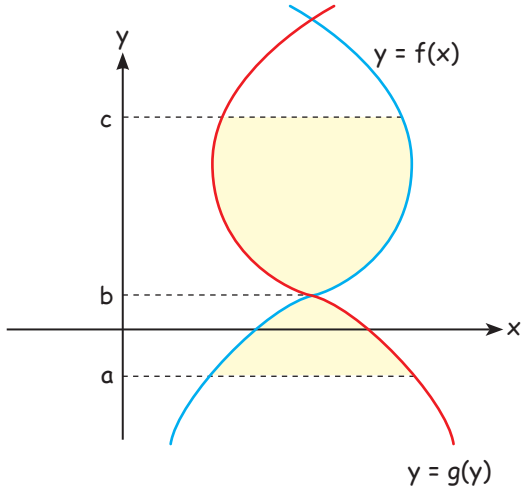
İki tane fonksiyon arasında kalan alan aşağıdaki şekilde bulunur.

4.  $y = f(x)$  ve  $y = g(x)$



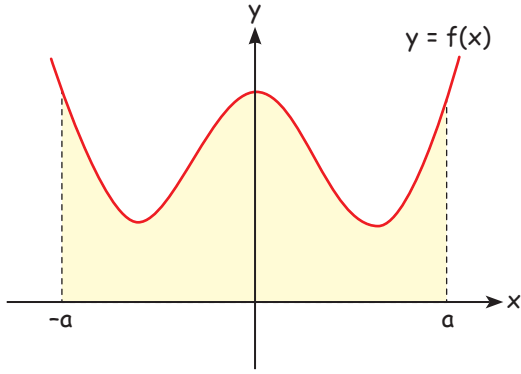
$$\text{Taralı Alan} = \int_a^c (g(x) - f(x)) dx + \int_c^b (f(x) - g(x)) dx$$

5.



$$\text{Taralı Alan} = \int_a^b (g(y) - f(y)) dy + \int_b^c (f(y) - g(y)) dy$$

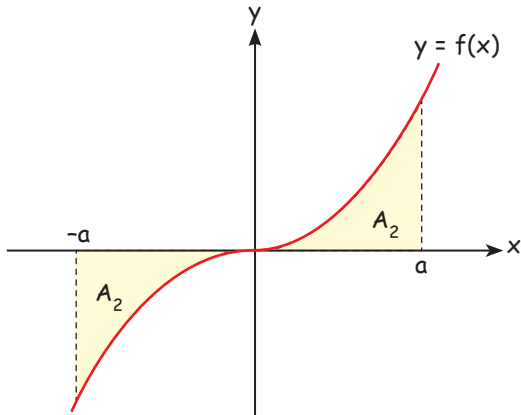
6.



$f(x)$  çift fonksiyon ise  $f(-x) = f(x)$  olduğundan  $f$  nin grafiği  $y$ -eksenine göre simetrik.

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

7.



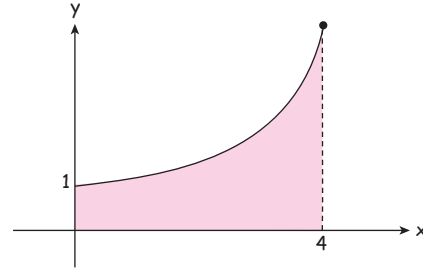
$f(x)$  tek fonksiyon ise  $f(-x) = -f(x)$  olduğundan

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \quad (A_1 = A_2)$$

Örnek Soru

$f(x) = x^2 + 1$  fonksiyonunun  $x$  eksenine ile  $x = 4$  doğrusu arasında kalan bölge  $[0, 4]$  aralığında  $n$  alt aralığa bölündüğünde  $n \rightarrow \infty$  için Riemann toplamı kaçtır?

Biz Çözdük



$n \rightarrow \infty$  için Riemann toplamı:

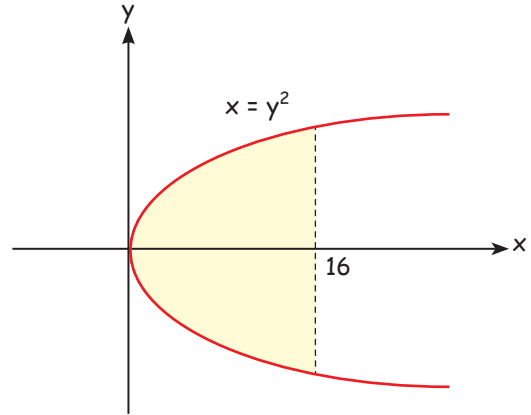
$$\int_0^4 (x^2 + 1) dx = \left( \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^4 = \frac{64}{3} + 4 - 0 = \frac{76}{3}$$

**Örnek Soru**

Denklemi  $x = 4 - y^2$  olan eğri ile  $y$ -ekseninin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

**Sen Çöz 30**

**Örnek Soru**



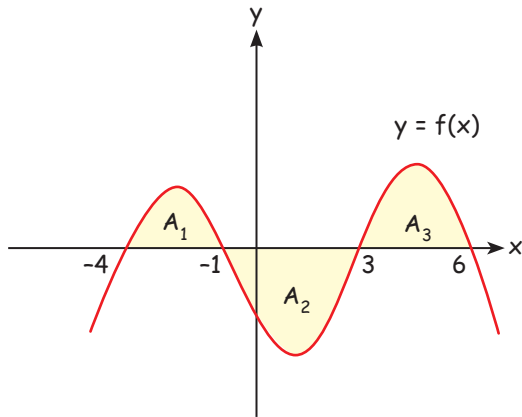
Şekilde görülen taralı bölgenin alanını bulunuz.

**Biz Çözdük**

$x$  ekseninin üstünde kalan bölgenin alanını bulup 2 ile çarparsak sonucu buluruz.

$$\begin{aligned} \text{Taralı alan} &= 2 \int_0^{16} \sqrt{x} \, dx \\ &= 2 \left( \frac{x^{3/2}}{3/2} \right) \Big|_0^{16} = \frac{4}{9} (64 - 0) = \frac{256}{3} \end{aligned}$$

**Örnek Soru**



Şekilde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  $A_1 = 5 \text{ br}^2$ ,  $A_2 = 13 \text{ br}^2$ ,  $A_3 = 7 \text{ br}^2$  ise

$\int_{-4}^6 f(x) \, dx$  integralinin sonucunu bulunuz.

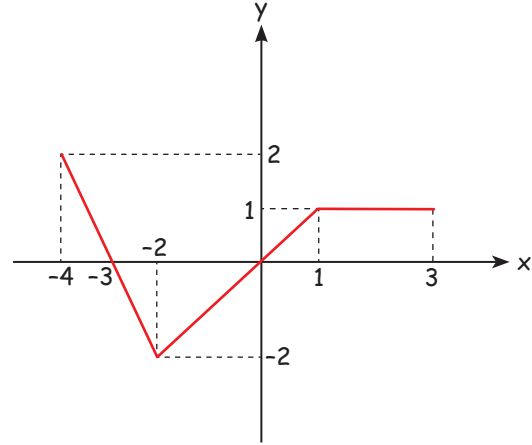
**Sen Çöz 31**

**Örnek Soru**

$x = 4y^2$  ve  $y = 4x^2$   
eğrileri arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.

**Sen Çöz 32**

**Örnek Soru**



Şekilde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  
Buna göre  $\int_{-4}^3 xf'(x)dx$  değerini bulunuz.

**Sen Çöz 33**

**Örnek Soru**

Denklemi  $y = 8x^2$  olan parabolün y eksenine, x eksenine ve parabolün  $x = 4$  apsisi noktasındaki teğeti arasında kalan alan kaç birimkaredir?

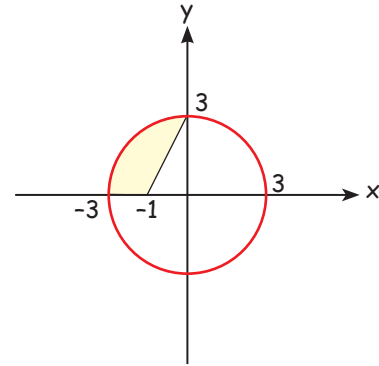
**Sen Çöz 34**

**Örnek Soru**

$y = x^2$  ve  $y = 6x - x^2$  eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

**Sen Çöz 35**

**Örnek Soru**



Şekildeki taralı alanı veren integrali yazınız.

**Sen Çöz 36**

## Örnek Soru

$x - y = 2$  ve  $x = y^2$   
eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz.

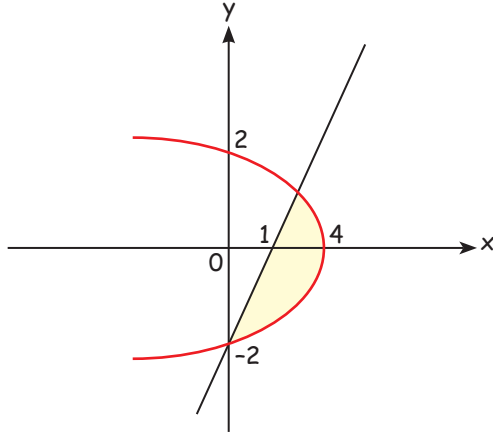
## Sen Çöz 37

## Örnek Soru

Denklemleri  $y = -2x^2$  ve  $y = 8x - x^2$   
olan eğrilerle sınırlı bölgenin alanını bulunuz.

## Sen Çöz 38

**Örnek Soru**



Şekildeki taralı alanı veren integrali yazınız.

**Biz Çözdük**

Öncelikle doğru ve parabolün denklemlerini yazalım. Bu alanı hesaplamak için  $y$  ye göre integral almak gerekiyor. Denklemlerde  $x$  i çekerek bulmalıyız.

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} = 1 \Rightarrow 2x - y = 2 \Rightarrow x = \frac{2+y}{2}$$

$$x = 4 - y^2$$

ortak çözüp kesim noktası bulalım.

$$4 - y^2 = \frac{2+y}{2} \Rightarrow 8 - 2y^2 = 2 + y$$

$$\Rightarrow 2y^2 + y - 6 = 0$$

$$2y^2 - 3y + 2y - 6 = 0$$

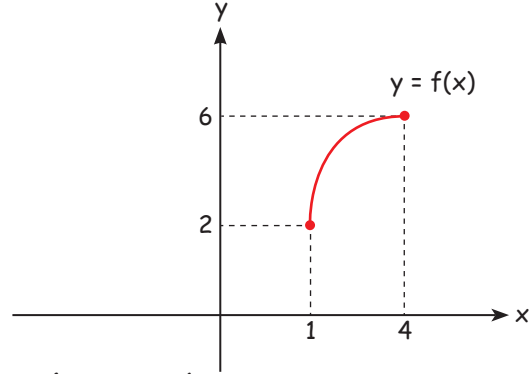
$$y(2y - 3) + 2(y - 3) = 0$$

$$(y - 3)(2y + 2) = 0$$

$$y = \frac{3}{2}, y = -2$$

$$\int_{-2}^{\frac{3}{2}} \left( 4 - y^2 - \frac{2+y}{2} \right) dy$$

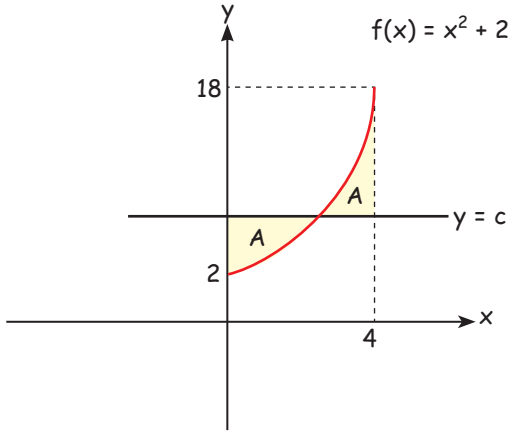
**Örnek Soru**



$$\int_1^4 f(x) dx + \int_2^6 f^{-1}(x) dx \text{ toplamını bulunuz.}$$

**Sen Çöz 39**

**Örnek Soru**

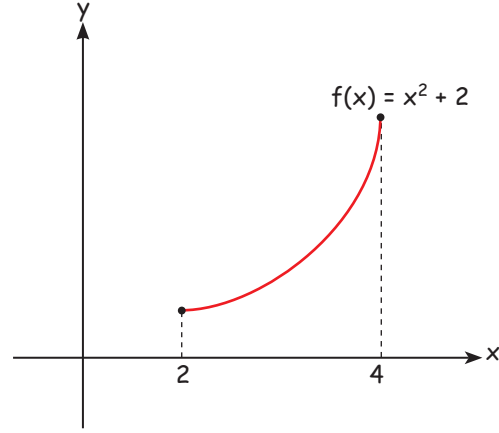


Yukarıda verilen grafikte taralı alanları eşit olacak şekilde bölen  $y = c$  doğrusu verilmiştir. Buna göre  $c$  nin değerini bulunuz.

**Sen Çöz 40**

**Örnek Soru**

$f: [2, 4] \rightarrow [6, 18]$ ,  $f(x) = x^2 + 2$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$[2, 4]$  aralığı eşit uzunlukta iki alt aralığa bölünüp bu alt aralıkların sağ uç noktaları  $x_1$  ve  $x_2$  olarak işaretleniyor. Daha sonra her bir alt aralığı taban kabul eden ve yükseklikleri sırası ile  $f(x_1)$ ,  $f(x_2)$  birim olan iki dikdörtgen çiziliyor. Bu dikdörtgenlerin alanları toplamı  $A$  ve  $f$  fonksiyonu ile  $x$  eksenini arasında kalan bölgenin alanı  $B$  olduğuna göre  $A - B$  yi bulunuz.

**Sen Çöz 41**

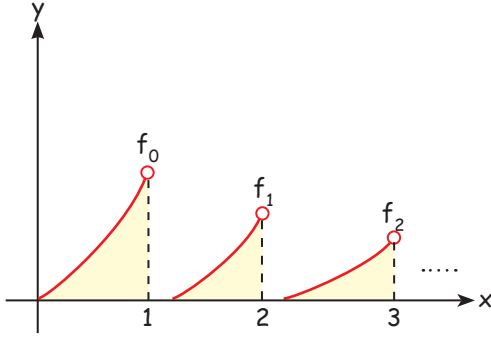


**Örnek Soru**

$n \in \mathbb{N}$  olmak üzere,

$$f_n: [n, n+1) \rightarrow (0, \frac{1}{3^n}), f_n(x) = \frac{(x-n)^2}{3^n}$$

biçiminde tanımlanan fonksiyonlar ile  $x$  eksenini arasında kalan bölgeler aşağıdaki şekilde taralı olarak verilmiştir.



Buna göre; tüm taralı bölgelerin alanları toplamını bulunuz.

$$\left( \sum_{k=1}^{\infty} r^{k-1} = \frac{1}{1-r}, |r| < 1 \text{ formülünden faydalanın} \right)$$

**Sen Çöz 42**

**Örnek Soru**

$$\int_0^4 (\sqrt{16-x^2} - (4-x)) dx$$

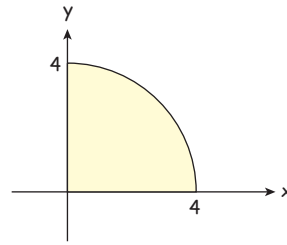
integralini hesaplayınız.

**Biz Çözdük**

$\sqrt{16-x^2} = y$  olmak üzere,

$x^2 + y^2 = 16$  çemberi bulunur.

$[0, 4]$  aralığında bu çemberi çizersek,

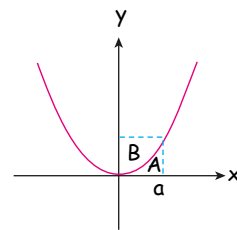


Aslında  $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$  integrali çeyrek dairenin

alanı haline geçir.

$$\begin{aligned} \int_0^4 [\sqrt{16-x^2} - (4-x)] dx &= \int_0^4 \sqrt{16-x^2} \cdot dx - \int_0^4 (4-x) dx \\ &= \frac{\pi \cdot 4^2}{4} - \left( 4x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^4 = 4\pi - \left[ \left( 16 - \frac{16}{2} \right) - 0 \right] = 4\pi - 8 \end{aligned}$$

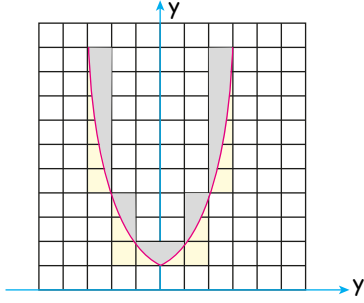
**Dikkate Al**



Yukarıda verilen parabol için A ve B alanları arasında  $B = 2A$  bağıntısı vardır.

Örnek Soru

Gerçek sayılar kümesi üzerinde  $f(x) = x^2 + 1$  fonksiyonu tanımlanıyor.  $[-3, 3]$  aralığındaki gerçek sayılar için  $y = f(x)$  grafiği birim karelere bölünen şekildeki gibi dik koordinat düzleminde verilmiştir.

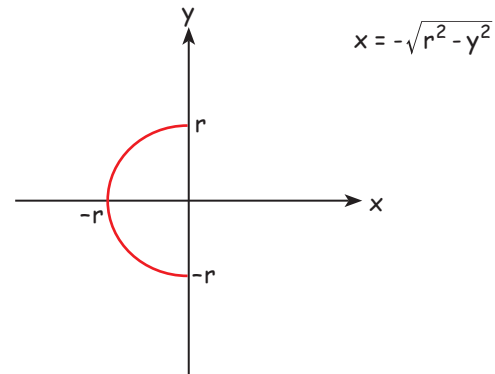
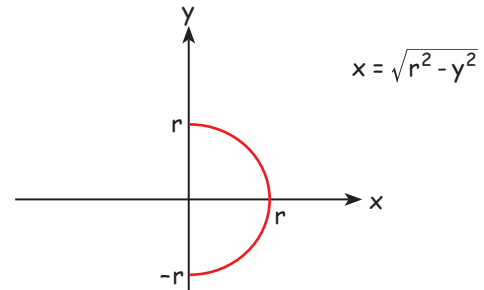
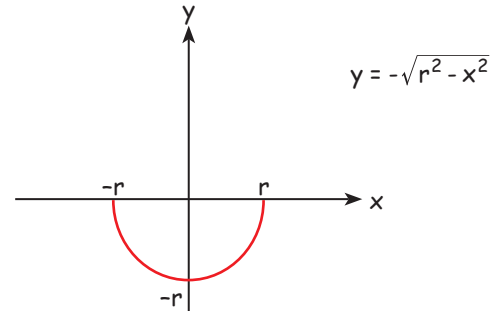
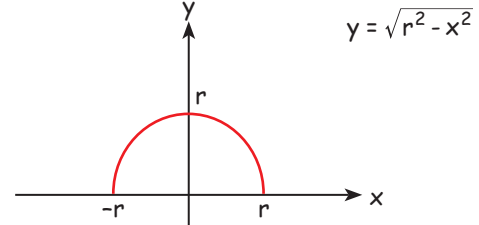


Bu grafiğin böldüğü birim karelerde grafiğin üstünde kalan bölgeler koyu gri, altında kalan bölgeler ise sarıya şekildeki gibi boyanmıştır. Buna göre koyu gri bölgelerin alanları toplamının, sarı bölgelerin alanlarının toplamına oranını bulunuz.

Sen Çöz 43

Unutma!

$x^2 + y^2 = r^2$  merkezli çemberin denklemdir.



1.  $f(x) = (x^2 - 3)^3$   
fonksiyonunun diferansiyeli aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $3(x^2 - 3)^2$     B)  $6x(x^2 - 3)$     C)  $3(x^2 - 3)dx$   
D)  $6x(x^2 - 3)^2dx$     E)  $6x^2(x^2 - 3)dx$

2.  $f(t) = 3\sqrt{t} + t^{-2}$   
fonksiyonunun diferansiyeli aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left(\frac{3}{2\sqrt{t}} - 2t^{-3}\right)dt$     B)  $\left(\frac{3}{2\sqrt{t}} - 2t^{-3}\right)$   
C)  $\left(\frac{3}{2\sqrt{t}}\right)$     D)  $\frac{3}{2\sqrt{t}}dt$   
E)  $(3\sqrt{t} + t^{-2})dt$

3.  $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$   
fonksiyonunun diferansiyelinin  $x = 1$  için eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $6dx$     B)  $7dx$     C)  $8dx$     D)  $9dx$     E)  $10dx$

4.  $d\left(x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\left(x\sqrt{x} - \frac{1}{2x\sqrt{x}}\right)dx$     B)  $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx$   
C)  $\left(\frac{3\sqrt{x}}{2} + \frac{1}{2x\sqrt{x}}\right)dx$     D)  $\frac{3\sqrt{x}}{2}$   
E)  $\frac{3\sqrt{x}}{2}dx$

5.  $\frac{d(x^3)}{dx} + \frac{3d(x^3)}{2d(x^4)}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $3x^2 + \frac{8x}{9}$     B)  $3x^2 + \frac{9}{8x}$   
C)  $3x^2$     D)  $\frac{8x}{9}$   
E)  $3x + \frac{9}{8x^2}$

6.  $(x + 2)d(\sqrt{x} + 1)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $(\sqrt{x} + 1)dx$     B)  $\frac{\sqrt{x}}{2}dx$   
C)  $\left(\frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$     D)  $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$   
E)  $\left(\frac{\sqrt{x}}{2} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$

7.  $\frac{d(x^3 - 2x)}{x^2 + x + 1} - d(2x^3)$

ifadesinin  $x=1$  için sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{17}{3}dx$       B)  $-5xdx$       C)  $-\frac{13}{3}dx$   
D)  $-\frac{15}{4}dx$       E)  $\frac{17}{3}dx$

8.  $\int (18x^2 + 5x^4 + \frac{1}{x^2}) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^5 + x^3 + \frac{1}{2x} + c$   
B)  $x^5 + 6x^3 - \frac{1}{2x} + c$   
C)  $36x + 20x^3 - \frac{2}{x^3} + c$   
D)  $x^5 + 6x^2 - \frac{1}{2x} + c$   
E)  $x^4 + 3x^2 + \frac{1}{2x} + c$

9.  $\int \frac{12}{\sqrt[4]{x^3}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{48}{\sqrt[4]{x}} + c$       B)  $48\sqrt[4]{x^3} + c$       C)  $16\sqrt[4]{x} + c$   
D)  $48\sqrt[4]{x} + c$       E)  $48\sqrt[4]{x} + c$

10.  $f(x) = \int (x-1)(x^2+x+1) dx$

$f(1) = 4$  olduğuna göre  $f(2)$  kaçtır?

- A)  $\frac{25}{4}$       B)  $\frac{13}{2}$       C)  $\frac{27}{4}$       D) 7      E)  $\frac{29}{4}$

11.  $\int \frac{x^3}{x^2+3x+9} dx - \int \frac{27}{x^2+3x+9} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{x^4}{4(x^2+3x+9)} + c$   
B)  $x^2 - 3x + c$   
C)  $\frac{x^2}{2} - 3x + c$   
D)  $2x^2 - 3x + c$   
E)  $x - 3 + c$

12.  $f(x)$  doğrusal fonksiyon olmak üzere;

$$\int (f(x) + f'(x)) dx = x^2 + 3x + c$$

olduğuna göre  $f(2)$  kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

1.  $\int f(x)dx = x^3 - 3x^2 + 3x + m$

olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{x^4}{4} - x^3 + \frac{3}{2}x^2 + mx - c$   
 B)  $m$   
 C)  $3x^2 - 6x + m$   
 D)  $3x^2 - 6x + 3$   
 E)  $x^3 - 3x^2 + 3x + m$

2.  $\int [2f(x) + (3x^2 + 2x)]dx = 2xf(x)$

olduğuna göre  $f$  fonksiyonunun türevi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $6x + 2$       B)  $3x^2 + 2x$       C)  $3x + 2$   
 D)  $\frac{x+2}{2}$       E)  $\frac{3x+2}{2}$

3.  $\int \left( \frac{f(x)}{x} + x \right) dx = \frac{3x^3}{2} - 12x + c$

olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının toplamı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{9}$       B)  $\frac{2}{9}$       C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{4}{9}$       E)  $\frac{5}{9}$

4.  $\int dx + \int x dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x + \frac{x^2}{2} + c$       B)  $x + \frac{x}{2} + c$       C)  $1 + x + c$   
 D)  $\frac{x^2}{3} + \frac{x}{2} + c$       E)  $x + c$

5.  $\int \left( x\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{3\sqrt{x}} \right) dx = f(x)$

fonksiyonunda  $f(1) = 2$  olduğuna göre  $f(0)$  kaçtır?

- A)  $\frac{22}{35}$       B)  $\frac{23}{35}$       C)  $\frac{24}{35}$       D)  $\frac{26}{35}$       E)  $\frac{27}{35}$

6.  $\int (f(x) - g(x))dx = x^2 + x + c$  ve  $\int f(x)dx = x^2 + m$

olduğuna göre  $\int g(x)dx$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $n + x$       B)  $n - x$       C)  $x^2 + x + n$   
 D)  $-x$       E)  $-x^2$

7.  $\int xdv + \int vdx$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $\frac{x^2}{2} + \frac{v^2}{2} + c$       B)  $x + v + c$       C)  $2xv + c$   
D)  $xv + c$       E)  $c$

8.  $\int \frac{t^6 - t^3}{t^3} dt$   
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $\frac{t^4}{4} - t + c$       B)  $\frac{t^7}{7} - \frac{t^4}{4} + c$       C)  $t - 1$   
D)  $t^6 - t^3 + 1$       E)  $t^2 - t + c$

9.  $\int \frac{dx}{x} = \ln x + c$  olmak üzere;  
 $\int \frac{t^4 + t^2}{t^3} dt$   
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $\ln t + c$       B)  $t^2 + \ln t + c$       C)  $\frac{t^2 + \ln t}{2} + c$   
D)  $\frac{t^2}{2} + \ln t + c$       E)  $\frac{\ln t + 1}{2} + c$

10.  $\int (x^2 + t)(x+3)dx$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $x^3 + 3x^2 + xt + 3t + c$   
B)  $x^4 + 3x^2 + 6x + c$   
C)  $\frac{3x^4 + 12x^3 + 6tx^2 + 36xt}{12} + c$   
D)  $\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + c$   
E)  $\left(\frac{t^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right)\left(\frac{x^2}{2} + 3x\right) + c$

11.  $\int \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9} dx$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $\frac{x^2}{2} + 3x + c$       B)  $\frac{x^2}{2} - 3x + c$       C)  $x^2 - 3x + c$   
D)  $x^2 + 3x + c$       E)  $x^2 + \frac{3x}{2} + c$

12.  $\int \left(4x - \frac{\sqrt{x+x^2}}{x^2\sqrt{x}}\right) dx$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $2x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{\sqrt{x}} + c$   
B)  $x^2 + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x} + c$   
C)  $2x + \frac{2}{x} + 2\sqrt{x} + c$   
D)  $2x^2 + \frac{2}{x} + 2\sqrt{x} + c$   
E)  $2x^2 + \frac{1}{x} - 2\sqrt{x} + c$

1. •  $f'(x) = 2x + 3$   
•  $f(1) = 5$

olduğuna göre  $f(0)$  kaçtır?

- A) 5      B) 4      C) 3      D) 2      E) 1

2. 
$$\int (f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)) dx = h(x)$$

olarak veriliyor.

- $f(2) \cdot g(2) = 3$   
•  $f(0) \cdot g(0) = 2$   
•  $h(2) = 7$

olduğuna göre  $h(x)$  fonksiyonunun sabit terimi kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 6      E) 7

3. 
$$h(x) = \int f(x) dx + \int x f'(x) dx$$

olarak veriliyor.

- $h(3) = 3f(3) + 4$   
•  $f(2) = 5$

olduğuna göre  $h(2)$  kaçtır?

- A) 13      B) 14      C) 15      D) 16      E) 17

4. 
$$\frac{d}{dx} \int \left( \frac{x^4 - \cos x}{x+1} \right) dx$$

ifadesinin  $x = 0$  için değeri kaçtır?

- A) 1      B) 0      C) -1      D) -2      E) -3

5. 
$$\int x f(x) dx = 2x^4 - \frac{x^3}{3}$$

olduğuna göre  $f(x)$  fonksiyonunun  $x = 2$  apsisi noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

- A) 34      B) 33      C) 32      D) 31      E) 30

6. 
$$\int (3abc) db$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{3acb^2}{2} + k$       B)  $3acb + k$       C)  $\frac{2acb^2}{3} + k$   
D)  $3ac + k$       E)  $3ab + k$

7.  $\int (3x-1)(x-1)dy$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $x^3 - 2x^2 + x + c$       B)  $3x^2y - 4xy + y + c$   
 C)  $3xy - 4y + c$       D)  $3x^2y - 2xy + y + c$   
 E)  $3xy^2 + y + c$

8.  $\int \frac{x^2 + x^4 + x^6}{x^{-12} + x^{-10} + x^{-8}} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{x^{11}}{11} + c$       B)  $\frac{x^{12}}{12} + c$       C)  $\frac{x^{13}}{13} + c$   
 D)  $\frac{x^{14}}{14} + c$       E)  $\frac{x^{15}}{15} + c$

9.  $\int \frac{(2x+1)^2 - 1}{x} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2x^2 + 4x + c$       B)  $x^2 + 2x + c$       C)  $\frac{2x^2 + 4x}{3} + c$   
 D)  $\frac{x^2 - x}{2} + c$       E)  $x^2 - x + c$

10.  $\int x^2 d(x^2)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{x^3}{3} + c$       B)  $\frac{x^2}{2} + c$       C)  $\frac{x^4}{2} + c$   
 D)  $\frac{x^4}{4} + c$       E)  $2x + c$

11.  $P(x)$  üçüncü dereceden bir polinom olmak üzere,

$$\int (P(x) + P'(x)) dx$$

integralinin sonucu kaçınıcı dereceden bir polinomdur?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

12.  $f(x) = \frac{d}{dx} (h(x))$

$$g(x) = \frac{d}{dx} (t(x))$$

olmak üzere,

$$\int (f(x) - g(x)) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $h(x) \cdot g(x) + c$       B)  $h(x) + t(x) + c$   
 C)  $t(x) - h(x) + c$       D)  $h(x) - t(x) + c$   
 E)  $h^2(x) + t^2(x) + c$



1.  $f(x) = \frac{d}{dx} \int (x^2 + x + 1) dx$

olduğuna göre,  $f'(1)$  kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

2.  $\frac{d}{dx} \int d(x^2)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{x^3}{3}$       B)  $x^2$       C)  $2x$       D)  $x$       E)  $\frac{x}{2}$

3.  $\int \ln x \cdot f(x) dx = x^3 + x^2 - \frac{1}{x} + 1$

olduğuna göre,  $f(e)$  kaçtır?

- A)  $\frac{3e^4 + 2e^3 + 1}{e^2}$       B)  $\frac{e^3 + e^2 + 1}{e}$   
 C)  $\frac{3e^3 + 2e^2 + 1}{e^2}$       D)  $e^2 + 1$   
 E)  $\frac{3e^2 + 3}{e^2}$

4.  $\int (2x+1)^3 dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{(2x+1)^3}{8} + c$       B)  $\frac{(2x+1)^4}{4} + c$   
 C)  $\frac{(2x+1)^3}{3} + c$       D)  $\frac{(2x+1)^4}{8} + c$   
 E)  $(2x+1)^2 + c$

5.  $\int x \cdot (x^2-1)^4 dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{(x^2-1)^5}{10} + c$       B)  $\frac{(x^3+x^2-1)}{10} + c$   
 C)  $\frac{(x^2-1)^5}{10} + c$       D)  $\frac{(x^2+1)}{5} + c$   
 E)  $\frac{(x^2-1)^4}{8} + c$

6.  $\int 2x^2 \cdot (x-1)(x^2+x+1) dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{(x^3-1)^3}{3} + c$       B)  $\frac{(x^3+1)}{3} + c$   
 C)  $\frac{(x^2-1)}{3} + c$       D)  $\frac{(x^3+1)^2}{3} + c$   
 E)  $\frac{(x^3-1)^2}{3} + c$

7.  $\int \sqrt{3x+4} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{2}{3}(3x+4)\sqrt{3x+4} + c$       B)  $\frac{2}{9}(3x+4)^{\frac{3}{2}} + c$   
 C)  $\frac{2}{9}(3x+4)^{\frac{1}{2}} + c$       D)  $\frac{2}{3}\sqrt{3x+4} + c$   
 E)  $\frac{1}{3}\sqrt{3x+4} + c$

8.  $\int (2x+3)^3 dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{(2x+3)^4}{8} + c$       B)  $\frac{(2x+3)^3}{8} + c$   
 C)  $\frac{(2x+3)^2}{8} + c$       D)  $\frac{(2x+3)^4}{4} + c$   
 E)  $\frac{(2x+3)^3}{4} + c$

9.  $\int \frac{1}{(5x+3)^2} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{1}{25x+15} + c$       B)  $-\frac{1}{25x+3} + c$   
 C)  $\frac{1}{25x+15} + c$       D)  $\frac{5}{5x+3} + c$   
 E)  $\frac{5x+1}{5} + c$

10.  $\int \frac{1}{4x^2 - 4x + 1} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{1}{2(4x^2 - 4x + 1)} + c$       B)  $-\frac{1}{2(2x+1)} + c$   
 C)  $-\frac{1}{2(2x-1)} + c$       D)  $\frac{1}{4x-1} + c$   
 E)  $\frac{1}{4x+2} + c$

11.  $\int \frac{1}{\sqrt{3x+5}} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{3\sqrt{3x+5}} + c$       B)  $\frac{1}{3}\sqrt{3x+5} + c$   
 C)  $\frac{2}{3}\sqrt{3x} + c$       D)  $\frac{2\sqrt{3x+5}}{3} + c$   
 E)  $\frac{2}{3\sqrt{3x+5}} + c$

12.  $\int (x-1)^2(\sqrt{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}) dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{9}{2}(x-1)^{\frac{9}{2}} + c$       B)  $\frac{2}{9}(x-1)^{\frac{9}{2}} + c$   
 C)  $\frac{2}{9}(x-1)^8 + c$       D)  $\frac{2}{9}(x-1)^{10} + c$   
 E)  $\frac{2}{7}(x-1)^{\frac{7}{2}} + c$

1.  $\int (x-2)\sqrt{x^2-4x+5} dx$   
ifadesinin  $x = 0$  için sonucu 5 olduğuna göre  $x = 1$  için sonucu kaçtır?  
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.  $\int \frac{3x^2 dx}{\sqrt{3x^3+2}}$   
ifadesinin eşiti kaçtır?  
A)  $\frac{3}{2}(3x^2+1)^2$  B)  $\frac{2}{3}(3x^2+1)+c$   
C)  $\frac{2}{3}\sqrt{3x^3+2}+c$  D)  $\frac{3}{2}(3x^2-1)^2$   
E)  $\frac{1}{2}\sqrt{3x^3+2}+c$

3.  $\int \frac{f'(\frac{1}{x})}{x^2} dx$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $f(\frac{1}{x})+c$  B)  $f(\frac{1}{x}+c)$  C)  $f(-\frac{1}{x}+c)$   
D)  $-f(\frac{1}{x})+c$  E)  $f(\frac{1}{x}-c)$

4. •  $g(x) = \int x^3 \cdot f'(x^4+1) dx$   
•  $f(2) = 3, g(1) = \frac{1}{4}$  ve  $f(17) = 2$   
olduğuna göre  $g(2)$  nin değeri kaçtır?  
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5.  $f(x) = x^2 + 1$  olduğuna göre  
 $\int xf'(x^2) dx$   
eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $\frac{x^4-1}{2}+c$  B)  $\frac{x^4+1}{2}+c$  C)  $\frac{x^4+2}{2}+c$   
D)  $\frac{x^2+1}{2}+c$  E)  $\frac{x^2+1}{4}+c$

6.  $\int \frac{x^2-2}{(x^3-6x+1)^2} dx$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
A)  $(x^3-6x+1)+c$  B)  $\frac{1}{(x^3-6x+1)}+c$   
C)  $\frac{1}{3(x^3-6x+1)}+c$  D)  $-\frac{1}{(x^3-6x)}+c$   
E)  $-\frac{1}{3(x^3-6x+1)}+c$

7.  $\int \frac{2x}{x^4 - 4x^2 + 4} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{(x^2 - 2)^2} + c$     B)  $\frac{1}{x^2 - 2} + c$     C)  $-\frac{1}{x^2 - 2} + c$   
 D)  $\frac{1}{x^2 + 2} + c$     E)  $-\frac{1}{x^2 + 2} + c$

8.  $\int \frac{dx}{\left(\frac{x+3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}$

ifadesinin  $x = 1$  için sonucu  $7\sqrt{2}$  olduğuna göre  $x = -1$  için kaçtır?

- A)  $\sqrt{2}$     B)  $8 + 3\sqrt{2}$     C)  $3 + 3\sqrt{2}$   
 D)  $4 + 3\sqrt{2}$     E)  $4 + 2\sqrt{2}$

9.  $\int \frac{f'(x)}{f^3(x)} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{1}{2f(x)} + c$     B)  $-\frac{1}{2f^2(x)} + c$     C)  $\frac{1}{2f(x)} + c$   
 D)  $\frac{1}{f^3(x)} + c$     E)  $-\frac{1}{f^3(x)} + c$

10.  $\int 3x(2x^2 + 4) dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{9}{8}(2x^2 + 4x) + c$     B)  $\frac{3}{4}(2x^2 + 4x) + c$   
 C)  $\frac{3}{8}(2x^2 + 4)^2 + c$     D)  $\frac{3}{8}(2x^2 + 4) + c$   
 E)  $\frac{3}{4}(2x^2 + 4)^2 + c$

11.  $\int (x^4 + x^2) \cdot (8x^3 + 4x) dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

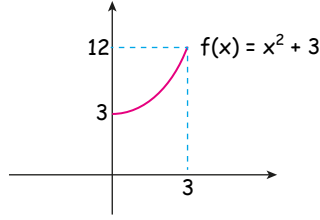
- A)  $4x^3 + x^2 + c$     B)  $8x^3 + 4x^2 + c$   
 C)  $(x^3 + x)^2 + c$     D)  $x^4 + x^2 + c$   
 E)  $(x^4 + x^2)^2 + c$

12.  $\int \frac{dx}{x} = \ln x$  olmak üzere  
 $\int \frac{2dx}{2x+1}$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\ln(2x + 1) + c$     B)  $(2x + 1)^2 + c$   
 C)  $\ln(2x + 1)^2 + c$     D)  $\ln(2x) + c$   
 E)  $\frac{(2x+1)^2}{2} + c$

1.

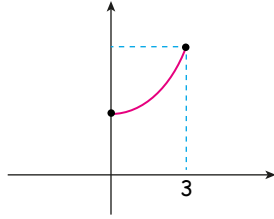


Yukarıda  $[0,3]$  aralığında tanımlı  $f(x) = x^2 + 3$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$[0,3]$  aralığını 3 eşit alt aralığa bölerek Riemann alt toplamını bulan Ergün sonucu kaç bulmuştur?

- A) 11    B) 12    C) 13    D) 14    E) 15

2.



Yukarıda  $[0,3]$  aralığında tanımlı  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun 3 birim yukarıya ötelenmesi ile oluşan grafik verilmiştir.  $[0,3]$  aralığını 3 eşit aralığa bölerek Riemann üst toplamını bulan Hakan sonucu kaç bulmuştur?

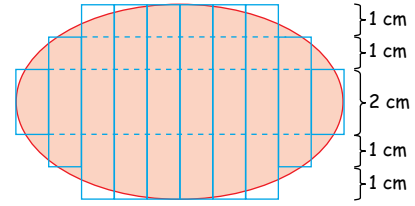
- A) 22    B) 23    C) 24    D) 25    E) 26

3.  $f(x) = x^3$  fonksiyonu olmak üzere  $f(x) + b$  fonksiyonunun  $[0,4]$  aralığında tanımlı bölümünün,  $[0,4]$  aralığının 4 eşit alt aralığındaki Riemann toplamı 72 olduğuna göre  $b$  kaçtır? ( $b > 0$ )

- A)  $\frac{3}{2}$     B)  $\frac{5}{2}$     C)  $\frac{7}{2}$     D)  $\frac{9}{2}$     E)  $\frac{11}{2}$

4.

Bilinen geometri formülleri ile hesaplanamayan bazı sınırlı bölgelerin alanlarının yaklaşık değerleri Riemann toplamları yardımı ile bulunabilir.



Yukarı bir Amerikan futbol topunun resmi bulunmaktadır.

Bu topun resminin alanını hesaplamak için Riemann mantığı yardımıyla genişliği 1 cm olan dikdörtgenler çiziliyor.

Buna göre bu topun alanı yaklaşık kaç santimetrekaredir?

- A) 46    B) 47    C) 48    D) 49    E) 50

ÇİTA YAYINLARI

5.



Şekil 1

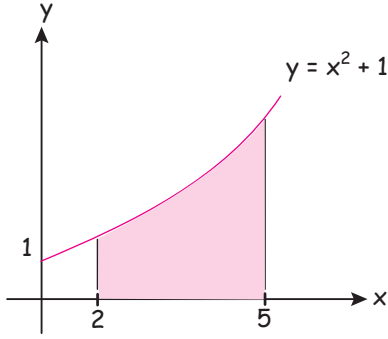
Şekil 2

Şekil 1'de bir dalga sorfü tahtası görülmektedir. Şekil 2'de ise bu sorfü'n boyutları verilmiştir. Bu boyutlar arası uzaklık hep 0,5 m'dir. İpek Hanım bu sorfü boyatmak istemektedir.

Bir firma ile anlaşılıp metrekaresine maliyeti 100 TL olan boya kullanılması durumunda en fazla kaç TL fiyat ödeyecektir?

- A) 180    B) 190    C) 200    D) 205    E) 210

6.



Yukarıda  $[0, \infty]$  aralığında tanımlı  $y = x^2 + 1$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre boyalı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi yardımıyla hesaplanabilir?

- A)  $\int_1^4 (x^2 + 1)dx$       B)  $\int_2^5 (2x)dx$   
 C)  $\int_2^5 (x^2 + 1)dx$       D)  $\int_1^5 (2x)dx$   
 E)  $\int_5^{26} (x^2 + 1)dx$

7.  $\int_1^5 (2x+1)dx$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 28      B) 27      C) 26      D) 25      E) 24

8.  $\int_0^4 (3x^2 + 2x + 1)dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 81      B) 82      C) 83      D) 84      E) 85

9.

$$\int_1^4 \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 9      B)  $\frac{20}{3}$       C)  $\frac{29}{3}$       D) 10      E)  $\frac{31}{3}$

10.

$$\int_{-1}^4 f'(x)dx = 12 \text{ ve } f(4) + f(-1) = 16$$

olduğuna göre,  $2 \cdot f(-1) + 3f(4)$  kaçtır?

- A) 42      B) 43      C) 44      D) 45      E) 46

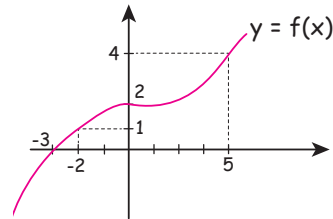
11.

$$\int_{-2}^1 (x^2 + x)^3 (6x + 3) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -63      B) -27      C) 0      D) 27      E) 63

12.



Yukarıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

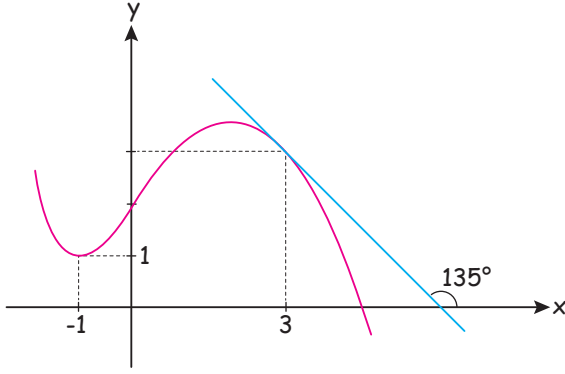
Buna göre,

$$\int_{-3}^{-2} f'(x)dx + \int_0^5 f'(x)dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 1      B) 3      C) 5      D) 7      E) 9

1.



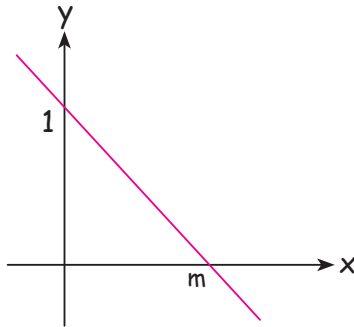
Yukarıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  $f(x)$  fonksiyonunun grafiğine  $x = 3$  apsisli noktasında çizilen teğeti  $x$  eksenine pozitif yönde  $135^\circ$  açı yaptığına göre

$$\int_{-1}^3 [f''(x) + f'(x)f''(x)] dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 1    B)  $\frac{1}{2}$     C) 0    D)  $-\frac{1}{2}$     E) -1

2.



Yukarıda doğrusal  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_3^4 f'(2x) dx = -2$$

olduğuna göre,  $m$  kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 1    C)  $\frac{3}{2}$     D) 2    E)  $\frac{5}{2}$

3.

$$\int_{-1}^1 2f(x) dx = 3 \text{ olduğuna göre}$$

$$\int_{-1}^1 6f(x) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 9    E) 10

4.

$$\int_1^4 (ax^2 - 3x + 2) dx + \int_1^4 (2x - ax^2) dx$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{2}$     B)  $-\frac{3}{2}$     C)  $-\frac{5}{2}$     D)  $-\frac{7}{2}$     E)  $-\frac{9}{2}$

5.

$$\int_1^2 (x + e^x) dx + \int_2^1 (e^x + x^2) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A)  $-\frac{5}{6}$     B)  $-\frac{2}{3}$     C)  $-\frac{1}{2}$     D)  $-\frac{1}{3}$     E)  $-\frac{1}{6}$

6.

$1 < a < b < c < 5$  olmak üzere

$$\int_1^a (x^2 + 2) dx + \int_a^b (x^2 + 2) dx + \int_b^c (x^2 + 2) dx + \int_c^5 (x^2 + 2) dx$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{146}{3}$     B)  $\frac{147}{3}$     C)  $\frac{148}{3}$     D)  $\frac{149}{3}$     E) 50

7.  $\binom{n}{0} \int_0^1 x^n dx + \binom{n}{1} \int_0^1 x^{n-1} dx + \dots + \binom{n}{n} \int_0^1 dx$   
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{2^{n-1}+1}{n+1}$       B)  $\frac{2^n+1}{n+1}$       C)  $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$   
D)  $\frac{2^{n-1}+1}{n-1}$       E)  $\frac{2^{n+1}+1}{n-1}$

8.  $f(x) = \begin{cases} x+3, & x < -1 \text{ ise} \\ 6x^2+2x, & x \geq -1 \text{ ise} \end{cases}$   
olarak tanımlanan  $f(x)$  fonksiyonu için

$$\int_{-3}^2 f(x) dx$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 19      B) 20      C) 21      D) 22      E) 23

9.  $f(x) = \begin{cases} 2x-3, & x \leq -2 \\ x+1, & -2 < x < 3 \\ 4x^3-1, & x \geq 3 \end{cases}$

biçiminde tanımlı  $f(x)$  fonksiyonu veriliyor.

Buna göre

$$\int_{-3}^1 f(x) dx$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A)  $-\frac{11}{2}$       B)  $-\frac{13}{2}$       C)  $-\frac{15}{2}$       D)  $-\frac{17}{2}$       E)  $-\frac{15}{2}$

10.  $\int_{-2}^3 |2x+2| dx$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 17      B) 18      C) 19      D) 20      E) 21

11.  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$

biçiminde tanımlanan  $f(x)$  fonksiyonu için

$$\int_{-3}^a f(x) dx = \frac{5}{3} \text{ olduğuna göre,}$$

$a$ 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A)  $\sqrt[3]{9}$       B)  $-\frac{1}{2}$   
C)  $\sqrt[3]{9} - \frac{1}{2}$       D)  $6 - \frac{1}{\sqrt{2}}$   
E)  $\frac{1}{2} - \sqrt[3]{36}$

ÇİTA YAYINLARI

12.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  şeklinde tanımlanan  $f_n(x) = n \cdot x$  fonksiyonu veriliyor.

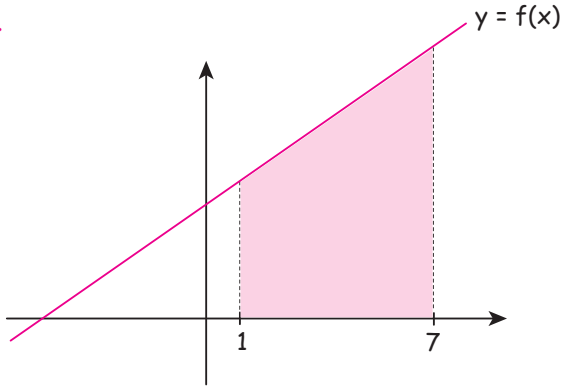
$$\int_1^2 f_n(x) dx = I_n \text{ olarak tanımlanıyor.}$$

$I_1 + I_2 + \dots + I_5$  değeri kaçtır?

A) 25      B)  $\frac{49}{2}$       C)  $\frac{47}{2}$       D)  $\frac{45}{2}$       E)  $\frac{43}{2}$



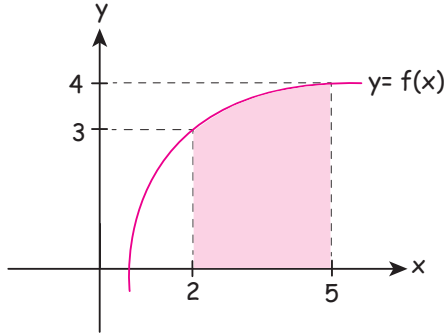
1.



Yukarıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun  $[1, 7]$  aralığında  $x$  eksenine ile arasında kalan alanı veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int f(x) dx$       B)  $\int_1^7 f(x) dx$   
 C)  $\int_1^2 f(x) dx$       D)  $\int_1^7 f(x+1) dx$   
 E)  $\int_1^7 x dx$

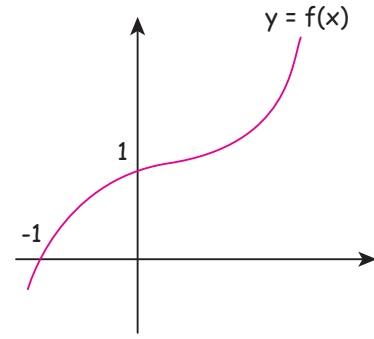
2.



Yukarıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun  $[2, 5]$  aralığının  $x$  eksenine ile arasındaki alanı veren integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\int f(x) dx$       B)  $\int_5^2 f(x) dx$   
 C)  $\int_2^5 f(x) dx$       D)  $\int_3^4 f(x) dx$   
 E)  $\int_2^3 f(x) dx$

3.



Yukarıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.  $f(x) = x^3 + 1$  olduğuna göre bu fonksiyonla  $x$  ve  $y$  eksenine arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

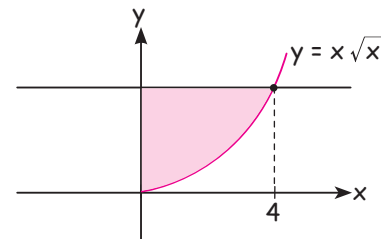
- A)  $\frac{3}{4}$       B) 1      C)  $\frac{5}{4}$       D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{7}{4}$

4.

$f(x) = x^2$  fonksiyonunun 1 birim sağa, 2 birim yukarı ötelenmiş halinin  $[0, 3]$  aralığının  $x$  eksenine ile arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{22}{3}$       B)  $\frac{23}{3}$       C) 7      D) 8      E) 9

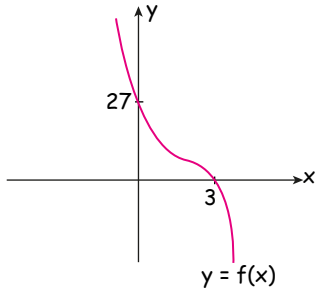
5.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyon için taralı bölgenin alanı kaç birimdir?

- A) 18,7      B) 19      C) 19,2      D) 20      E) 20,5

6.

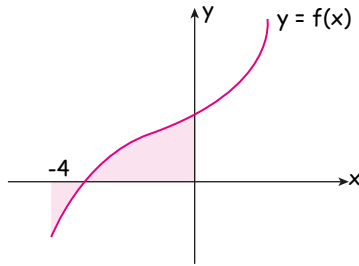


Yukarıda  $y = f(x) = -(x - 3)^3$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir

Buna göre bu fonksiyonla  $x$  ve  $y$  eksenleri arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{75}{4}$  B)  $\frac{77}{4}$  C)  $\frac{79}{4}$  D)  $\frac{81}{4}$  E)  $\frac{93}{4}$

7.

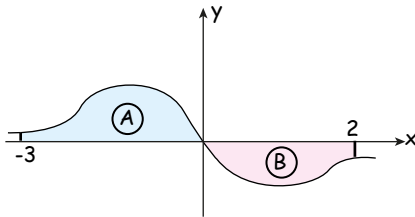


Yukarıda  $f(x) = x^3 + 8$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 56 B) 57 C) 58 D) 59 E) 60

8.

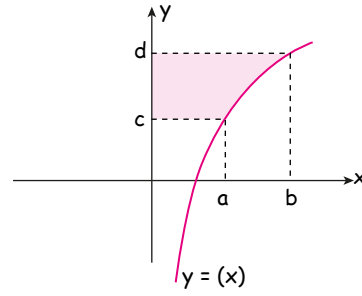


Yukarıda  $y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre  $\int_{-2}^3 f(x-1)dx$  integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $A + B$  B)  $B - A$  C)  $A - B$   
D)  $2B - A$  E)  $2A - B$

9.



Yukarıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

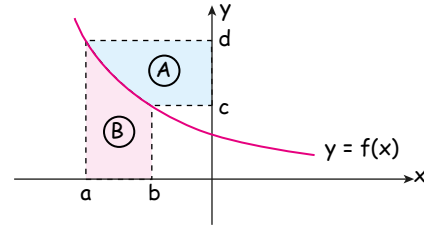
Boyalı bölgenin alanı 13 birimkare ve

$$\int_a^b f(x)dx = 23 \text{ birimkare}$$

olduğuna göre  $b \cdot d - a \cdot c$  kaçtır?

- A) 10 B) 18 C) 25 D) 30 E) 36

10.



Yukarıda grafiği verilen  $y = f(x)$  fonksiyonuna

göre,  $\int_a^b f(x)dx - \int_c^d f^{-1}(x)dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $A - B$  B)  $A + B$  C)  $2A + B$   
D)  $\frac{A+B}{2}$  E)  $2A - B$

11.  $y = x^2 - 5x + 4$  parabolü ile  $y = 2x + 12$  doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 121,5 B) 125 C) 127,5 D) 129 E) 130

12.  $a > 0$   $f(x) = x^2 - a$  fonksiyonunun grafiği ile  $x$  eksenleri arasında kalan sınırlı bölgenin alanı  $\frac{4}{3}$  olduğuna göre  $a$  kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{1}{2}$  D) 1 E) 2

1.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,  $(a, b)$  aralığındaki her  $x$  elemanı için  $f(x) > g(x)$  ve  $(b, c)$  aralığındaki her  $x$  elemanı için  $g(x) > f(x)$  şartları sağlanıyor.

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = 3$$

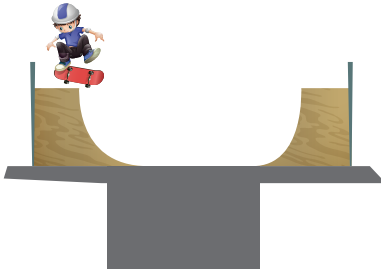
$$\int_b^c (f(x) - g(x)) dx = -5$$

olarak veriliyor.

Buna göre  $A_1$ ,  $(a, b)$  aralığında  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları arasında kalan alan;  $A_2$ ,  $(b, c)$  aralığında  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları arasında kalan alan olmak üzere  $2A_1 + 3A_2$  kaçtır?

- A) 17    B) 18    C) 19    D) 20    E) 21

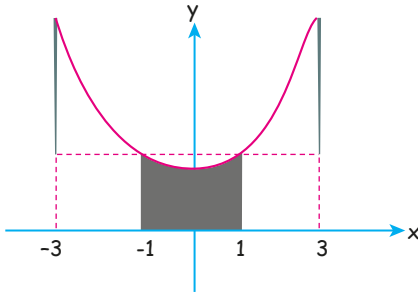
2.



Yukarıdaki kaykay pistinde Can kaymak için hazırlık yapmaktadır. Bu kaykay pistinin genişliği 2 m'dir.

Bu kaykay pistinin durmasını sağlayan alt platformu da betondan yapılmıştır.

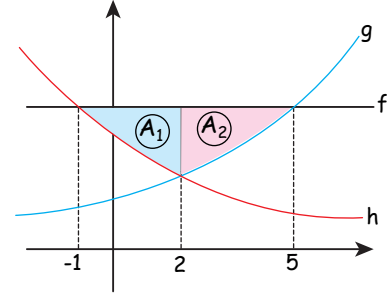
Bu kaykayı pistini matematiksel olarak modellersek;



yukarıdaki gibi bir grafik elde ediliyor. Bu grafikte  $f(x) = x^2 + 3$  parabolü vardır. Her bir birim metre olarak alınırsa, grafikteki boyalı yerlere denk gelen alt platform için kaç  $m^3$  beton kullanılmıştır?

- A) 13    B)  $\frac{40}{3}$     C)  $\frac{41}{3}$     D) 14    E)  $\frac{43}{3}$

3.

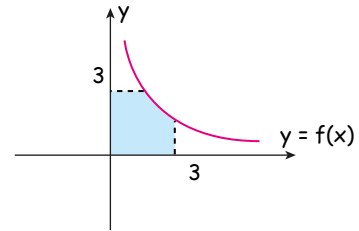


Şekilde  $f$ ,  $g$ ,  $h$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

$A_1$  ve  $A_2$  buldukları sınırlı bölgelerin alanlarına göre  $A_1 + A_2$  ifadesi aşağıdaki integrelerden hangisi ile hesaplanabilir?

- A)  $\int_{-1}^5 f(x) dx - \int_{-1}^2 h(x) dx - \int_2^5 g(x) dx$   
 B)  $\int_{-1}^5 [f(x) - g(x) - h(x)] dx$   
 C)  $\int_{-1}^2 (f(x) - g(x)) dx + \int_2^5 [g(x) - h(x)] dx$   
 D)  $\int_{-1}^5 [f(x) + g(x) - h(x)] dx$   
 E)  $\int_{-1}^5 f(x) dx - \int_{-1}^2 g(x) dx - \int_2^5 h(x) dx$

4.

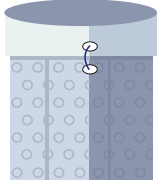


Yukarıda  $f(x) = \frac{3}{x^2}$  fonksiyonunun grafiğinin  $x > 0$  için olan kısmı verilmiştir.

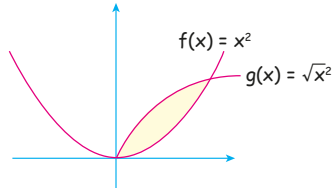
Buna göre boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 1    B) 2    C) 3    D) 4    E) 5

5. Ateş Bey şekildeki gibi prizma bir kutu yaptırmak istiyor. Bu kutunun derinliği 5 cm olacaktır. Ateş Bey kutuyu koordinat sisteminde modelleyerek taban alanını hesaplamak istiyor.



Şekil I



Şekil II

Ateş Bey kutunun tabanını grafikteki gibi;

$$\cdot f(x) = x^2 \quad \cdot g(x) = \sqrt{x}$$

fonksiyonları ile koordinat sistemindeki 1 birimi 1 cm olarak modelliyor. Ateş Bey'in hesabına göre taban alanı kaç  $\text{cm}^2$ 'dir?

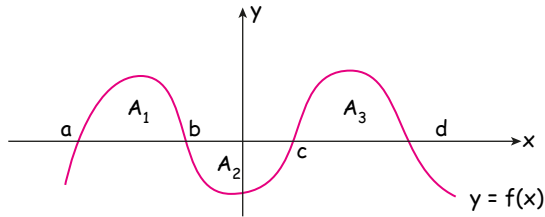
- A) 1 B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\frac{5}{3}$

6. soruyu 5. sorudaki bilgileri temel olarak çözdünüz.

6. Ateş Bey'in yaptırdığı kutunun hacmi kaç  $\text{cm}^3$ 'tür?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{2}{3}$  C) 1 D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\frac{5}{3}$

7.



Yukarıda grafiği verilen  $f(x)$  fonksiyonu için,

$$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx - \int_c^d f(x)dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $A_1 + A_2 + A_3$  B)  $A_1 + A_2 - A_3$   
C)  $A_1 - A_2 - A_3$  D)  $-A_1 + A_2 + A_3$   
E)  $-A_1 - A_2 - A_3$

8. Hız denklemi  $V(t) = (17 - 3t^2)$  m/sn olan bir hareketlinin ilk 3 saniyedeki yer değiştirmesi kaç metredir?

- A) 20 B) 22 C) 23 D) 24 E) 37

9.



Yukarıda resmi verilen arabanın hız denklemi  $V(t) = (6t^2 - 6t)$  m/sn'dir.

$t \in [0, 2]$  aralığında aldığı toplam yol a metre, yer değiştirmesi b metre olduğuna göre,  $|a| - |b|$  farkı kaç metredir?

- A) 18 B) 19 C) 20  
D) 21 E) 22

10.



Bir ilaç şirketinin aşı üretim hızı

$V(t) = (80 + 12t)$  bin adet/ay olduğu bilinmektedir.

Buna göre bu şirketin 3. ve 7. aylar arasındaki üretim miktarı kaç bin adettir?

- A) 520 B) 540 C) 560 D) 580 E) 600

ÇİTA YAYINLARI

11. Bir yayınevi 50000 olan satış miktarını artırmak için bir kampanya düzenliyor.

Kampanyadan beklenen satış miktarının artış hızı,  $S'(t) = \frac{500}{\sqrt{t}}$  (satış miktarı/gün) bağıntısı ile veriliyor.

Satış miktarının 56000 olması için kampanya kaç gün sürmelidir?

- A) 9 B) 16 C) 25 D) 36 E) 49

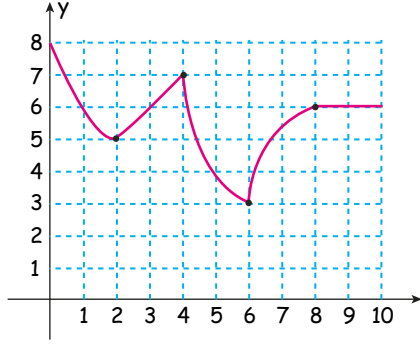
12.  $a < b$  olmak üzere,

$$\int_a^b (-x^2 - 7x - 10)dx$$

ifadesi en büyük değerini aldığı anda a.b değeri kaç olur?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

1.



Yukarıda grafiği verilen  $f$  fonksiyonu için  $[0,10]$  aralığı 5 eşit alt aralığa bölünüp Riemann alt toplamı ve Riemann üst toplamı bulunuyor.

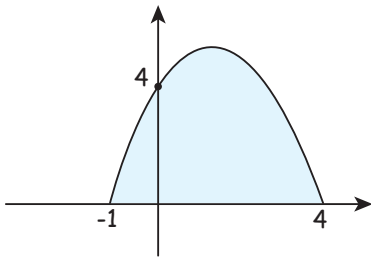
Buna göre,  $[0,10]$  aralığında  $f$  fonksiyonunun grafiği ile  $x$  eksenı arasında kalan bölgenin alanı ( $A$ ) için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $40 < A < 64$                       B)  $41 < A < 65$   
 C)  $42 < A < 66$                       D)  $43 < A < 67$   
 E)  $44 < A < 68$

2.



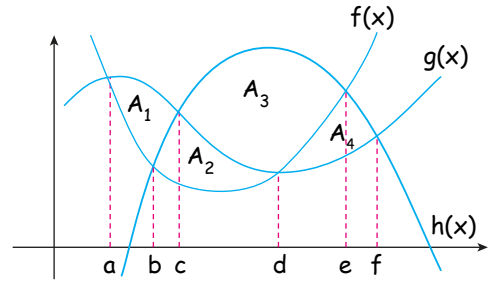
Yukarıdaki yağlı boya tabloya bakan matematik öğretmeni Cemal Bey, bu manzaradaki dağın tabloda kapladığı alanı merak etmiş ve bu dağı aşağıdaki gibi düzgünleştirip, modellemiştir.



Bu grafiğe göre taralı alan kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{123}{6}$    B)  $\frac{125}{6}$    C)  $\frac{127}{6}$    D)  $\frac{128}{6}$    E)  $\frac{129}{6}$

3.



Yukarıda verilen grafiğe göre

I.  $A_1 = \int_a^b (g(x) - f(x))dx + \int_b^c (g(x) - h(x))dx$  olarak hesaplanır.

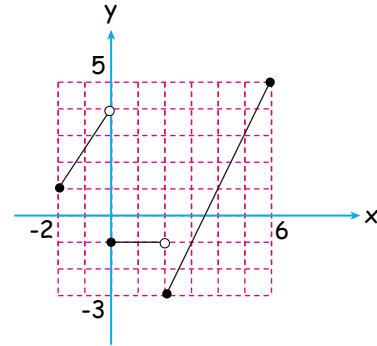
II.  $A_2 + A_3 = \int_b^e (h(x) - f(x))dx$  olarak hesaplanır.

III.  $A_4 = \int_d^e (f(x) - g(x))dx + \int_e^f (h(x) - g(x))dx$  olarak hesaplanır.

İfadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I                                      B) Yalnız II  
 C) I ve II                                        D) II ve III  
 E) I, II ve III

4.



Yukarıda  $[-2, 6]$  aralığında tanımlı  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre  $\int_{-2}^6 f(x)dx$  kaçtır?

- A) -1                      B) 0                      C) 1                      D) 2                      E) 3

5. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı, artan ve sürekli bir  $f$  fonksiyonu için

- $f(-1) = 1$
- $f(-2) = 0$
- $f(-3) = -1$

eşitlikleri veriliyor.

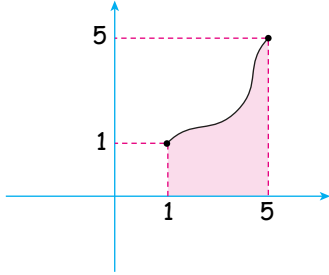
Buna göre

$$\int_{-3}^{-1} f(x) dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -2    B) -1    C) 0    D) 1    E) 2

6.  $[1, 5]$  aralığı üzerinde tanımlı bire-bir ve örten  $f$  fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.



Boyalı bölgenin alanı 10 birimkare olduğuna göre,

$$\int_1^5 f^{-1}(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8    B) 10    C) 12    D) 14    E) 16

7.  $\int_{-2}^2 (x^{17} + 2x^9 - 5x^7 + 7x^3 - x) dx$

integralinin eşiti kaçtır?

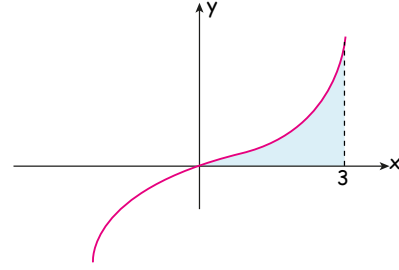
- A) -372    B) -256    C) -125    D) -1    E) 0

8.  $y = 3\sqrt{x-1}$  eğrisi  $x = 5$  ve  $y = 0$  doğruları arasında kalan bölge,  $y = m(x-1)$  doğrusu tarafından alanları eşit olan iki bölgeye ayrılıyor.

Buna göre  $m$  kaçtır?

- A)  $\frac{3}{2}$     B)  $\frac{4}{3}$     C)  $\frac{5}{4}$     D) 1    E) 2

9. Dik koordinat düzleminde  $y = x^3$  eğrisi,  $x$  eksenine ve  $x = 3$  doğrusu arasında kalan boyalı bölge aşağıda gösterilmiştir.



Bu boyalı bölge,  $x=a$  doğrusu ile iki eşit alanlı bölgeye ayrılıyor.

Buna göre  $a$  kaçtır?

- A) 3    B)  $\frac{3}{2}$     C)  $\frac{3}{\sqrt{2}}$     D)  $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$     E)  $\frac{3}{\sqrt[4]{2}}$

10.  $f(x)$  fonksiyonu için  $\int_2^5 f(x) dx = 12$  veriliyor.

Buna göre  $\int_1^2 (2 + f(3x-1)) dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

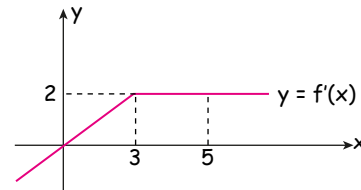
11.  $f: [2,4] \rightarrow [9,65]$  şeklinde tanımlı  $f$  fonksiyonu için,
- $f$  artandır
  - $f(3) = 28$

$[2,4]$  aralığı eşit uzunlukta iki alt aralığa bölünüp bu alt aralıkların sağ uç noktaları  $x_1$  ve  $x_2$  olarak işaretleniyor. Daha sonra her bir alt aralığı taban kabul eden ve yükseklikleri sırasıyla  $f(x_1)$  ve  $f(x_2)$  olan iki dikdörtgen çiziliyor.

Bu dikdörtgenlerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- A) 93    B) 91    C) 89    D) 87    E) 85

12. Aşağıda bir  $f$  fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$f(0) = 5$  olduğuna göre  $f(5)$  kaçtır?

- A) 9    B) 10    C) 11    D) 12    E) 13



Sen Çöz

1.  $-\frac{19}{(3x-5)^2} dx$       2.  $dt = (2x+3)dx$

3.  $dx = \frac{du}{4}$

4.  $\frac{x^3}{3} + \frac{2}{x^2} + \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + x^2 + c$

6.  $\ln y - \frac{2}{y} - \frac{1}{2y^2} + c$

8.  $\frac{1}{2}$

10.  $\frac{15}{2}$

12.  $2\sqrt{x^2+x-1} + c$

14. a.  $\frac{x^3}{3} + c$

b.  $\frac{x^4}{2} + c$

c.  $\frac{x^6}{2} + c$

d.  $\frac{-1}{x^3+x^2} + c$

15.  $-\int 2u^2 du$

17.  $\frac{2}{3}$

19. 7

20. 12

21.  $\frac{45}{2}$

22.  $\frac{17}{3}$

24.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

26. 38

28.  $\frac{127}{32}$

30.  $\frac{32}{3}$

32.  $\frac{1}{48}$

34.  $\frac{128}{3}$

36. Taralı Alan =  $\int_{-3}^0 \sqrt{9-x^2} dx - \int_{-1}^0 (3+3x) dx$

37.  $\frac{9}{2}$

38.  $\frac{256}{3}$

40.  $\frac{22}{3}$

42.  $\frac{1}{2}$

23. 8

25. 3

27. 8

29.  $\frac{1}{6}$

31. -1

33.  $\frac{21}{2}$

35. 9

39. 22

41.  $\frac{19}{3}$

43.  $\frac{4}{5}$

ÇİTA YAYINLARI

## CEVAP ANAHTARI

TEST 1	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	A	B	C	B	E	A	B
	9	10	11	12				
	D	C	C	E				

TEST 6	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	B	B	C	D	C	A	D
	9	10	11	12				
	B	E	C	B				

TEST 2	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	E	B	A	D	B	C	A
	9	10	11	12				
	D	C	B	E				

TEST 7	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	A	D	B	A	C	C	E
	9	10	11	12				
	B	A	C	D				

TEST 3	1	2	3	4	5	6	7	8
	E	D	B	C	D	A	B	E
	9	10	11	12				
	A	C	C	D				

TEST 8	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	C	A	E	C	D	A	C
	9	10	11	12				
	E	B	A	D				

TEST 4	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	C	A	D	C	E	B	A
	9	10	11	12				
	A	C	D	B				

TEST 9	1	2	3	4	5	6	7	8
	E	B	A	E	B	E	C	D
	9	10	11	12				
	A	C	D	C				

TEST 5	1	2	3	4	5	6	7	8
	D	C	D	A	B	E	C	D
	9	10	11	12				
	B	C	E	A				

TEST 10	1	2	3	4	5	6	7	8
	E	B	E	A	A	D	E	D
	9	10	11	12				
	E	E	A	D				