

ÖNERMELER MANTIĞI

Tanımlı terimler, tanımsız terimler, türetme kuralları, aksiyom, teorem ve ispatlama yöntemleri gibi elemanlardan oluşturulur.

BASİT ÖNERME

Doğru ya da yanlış değeri taşıyan, tek yargı bildiren ifadelere denir. "İpek çalışkandır." ifadesi (gerçekten çalışkansa doğru, değilse yanlış bir ifade) bir önermedir.

Önermeler p, q, r, s veya t gibi küçük harflerle gösterilir. Bir önerme doğru ise doğruluk değeri 1, yanlış ise doğruluk değeri 0 dir.

Unutma!

İstek, soru, emir bildiren ifadeler önerme değildir.

Örnek Soru

Aşağıdaki ifadelerin hangileri önermedir? Önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

- a) p: "Kare konvektir."
- b) q: " $\frac{4}{5}$ tam sayıdır."
- c) r: " $5 > -2$ "
- d) s: "Sen kimsin?"

Biz Çözdük

- a) Bu ifade bir önermedir. Doğruluk değeri 0 dir.
- b) Bu ifade bir önermedir. Doğruluk değeri 0 dir.
- c) Bu ifade bir önermedir. Doğruluk değeri 1 dir.
- d) Bu ifade bir soru içerdiği için önerme değildir.

DENK (EŞ DEĞER) ÖNERMELER

Doğruluk değerleri aynı olan önermelere denk önermeler denir.

p ve q denk önermeler ise $p \equiv q$ ile gösterilir.

Dikkate Al

n tane önermenin 2^n tane farklı doğruluk değeri bulunur.

Unutma!

p ve q önermeleri için doğruluk tablosu

p	q
0	0
0	1
1	0
1	1

p, q ve r önermeleri için doğruluk tablosu

p	q	r
0	0	0
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Örnek 1

6 farklı önermenin kaç farklı doğruluk değeri vardır?

Sen Çöz 1

Örnek 2

512 farklı doğruluk değeri olan kaç farklı önerme vardır?

Sen Çöz 2

Örnek 3

Aşağıdaki önermelerden hangileri denktir?

- I. p: "Toplam 10 tane rakam vardır."
 II. q: "İki basamaklı sayılar, üç basamaklı sayılardan çoktur."
 III. r: "Tükenmez kalemın mürekkebi tükenmez."

Sen Çöz 3

ÖNERMENİN DEĞİLİ (OLUMSUZU)

Doğru olan önermeyi yanlış, yanlış olan önermeyi doğru yapan önerme ekidir.

$\sim p$ veya p' şeklinde gösterilir.

Doğruluk Tablosu:

p	p'
1	0
0	1

Unutma!

$$0' \equiv 1, \quad 1' \equiv 0, \quad (p')' \equiv p$$

Örnek Soru

Aşağıdaki önermelerin değillerini (olumsuzlarını) yazınız.

- a) p: Bir eşkenar üçgenin bütün açıları eşittir.
 b) q: Bir dakika 3600 saniyedir.
 c) r: 100, üç basamaklı en küçük çift doğal sayıdır.

Biz Çözdük

- a) p': Bir eşkenar üçgenin bütün açıları eşit değildir.
 b) q': Bir dakika 3600 saniye değildir.
 c) r': 100, üç basamaklı en küçük çift doğal sayı değildir.

Örnek 4

Aşağıdaki önermelerin olumsuzlarının doğru-
luk değerlerini bulunuz.

- a) p: "3 ile 4 arasında sonsuz sayı vardır."
 b) q: "En büyük asal sayı 17 basamaklıdır."
 c) r: "-1 en büyük negatif tam sayıdır."

Sen Çöz 4

Dikkate Al

Bir önermede bulunan;

- < ifadesinin değili \geq ,
 \leq ifadesinin değili $>$,
 $>$ ifadesinin değili \leq ,
 \geq ifadesinin değili $<$
 şeklindedir.

Örnek 5

$$p: 5 + (-2)^3 > 10$$

önermesinin değilini (olumsuzunu) yazınız.

Sen Çöz 5

BİLEŞİK ÖNERME

Ve, veya, ise, ancak ve ancak ve değil gibi bağlaçların birkaçını kullanarak elde edilen önermelerdir. Birden fazla yargı içerirler.

VE (\wedge) BAĞLACI

p ve q : $p \wedge q$ şeklinde gösterilir. İki önerme de doğruysa, bileşik önerme doğru, diğer durumlarda yanlış.

"Babam, kiraz ve karpuz getirecek." önermesi her iki meyvenin de gelmesi durumunda doğrudur.

Doğruluk Tablosu:

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

VEYA (\vee) BAĞLACI

p veya q : $p \vee q$ şeklinde gösterilir. İki önerme de yanlış ise bileşik önerme yanlış geri kalan durumlarda doğrudur.

"Akşam konsere veya tiyatroya gideceğiz." önermesi iki etkinliği de gidilmezse yanlış bir bileşik önermedir.

Doğruluk Tablosu:

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

ÖZELLİKLER:

- $p \wedge p \equiv p$; $p \vee p \equiv p$ (tek kuvvet özelliği)
- $p \wedge q \equiv q \wedge p$; $p \vee q \equiv q \vee p$ (değişme özelliği)
- $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ (birleşme özelliği)
- $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$
 $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$ (De Morgan kuralı)
- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
 $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (Dağılma özelliği)
- $p \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge (p \vee q) \equiv p$ (Yutma özelliği)

Örnek Soru

Aşağıda verilen ifadelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

a) $[(1 \wedge 0) \vee (1' \wedge 0)'] \wedge [1 \wedge (0 \vee 1)]$

b) $[0 \wedge (1 \vee 1')] \vee [1 \vee (0 \wedge 0)']$

Biz Çözdük

a) $[(1 \wedge 0) \vee (1' \wedge 0)'] \wedge [1 \wedge (0 \vee 1)]$

$\equiv (0 \vee 0) \wedge (1 \wedge 1)$

$\equiv (0 \vee 1) \wedge 1$

$\equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$

b) $[0 \wedge (1 \vee 1')] \vee [1 \vee (0 \wedge 0)']$

$\equiv (0 \wedge 1) \vee (1 \vee 0)$

$\equiv 0 \vee 1 \equiv 1$

Örnek 6

Aşağıdaki denk önermelerde p , q , r nin doğruluk değerlerini bulunuz.

a) $(p \wedge 1) \wedge (q \vee 0) \equiv 1$

b) $(p' \vee q) \wedge 1 \equiv 0$

c) $(p \vee q)' \wedge r' \equiv 1$

d) $p' \wedge (q' \vee r)' \equiv 1$

Sen Çöz 6

Örnek 7

Aşağıdaki önermelerin olumsuzlarını yazınız.

- a) 5 tek sayıdır ve İzmir Ege Bölgesi'ndedir.
b) Bir gün 24 saattir veya π irrasyonel bir sayıdır.

Sen Çöz 7

Örnek Soru

$(p \wedge q)' \wedge q'$ önermesinin doğruluk tablosunu yapınız.

Biz Çözdük

p	q	q'	$p \wedge q'$	$(p \wedge q)'$	$(p \wedge q)' \wedge q'$
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0

Örnek 8

Aşağıda verilen ifadelerin olumsuzlarını bulunuz.

- a) $(p' \vee q) \wedge (p \vee q')$
b) $(p' \wedge q) \wedge (p \wedge q)$

Sen Çöz 8

Örnek 9

$[(p \vee q)' \vee (p \wedge q')] \vee q$
bileşik önermesinin en sade halini bulunuz.

Sen Çöz 9

Örnek 10

$(p \vee q)' \wedge [(p \wedge q') \vee p]$
bileşik önermesinin çelişki olduğunu önermeler cebiri yardımıyla gösteriniz.

Sen Çöz 10

YA DA BAĞLACI

p ya da q bağlacı: $p \vee q$ şeklinde gösterilir.

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

ÖZELLİKLER:

1. $p \vee q \equiv q \vee p$ (değişme özelliği)
2. $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ (birleşme özelliği)
3. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (dağılma özelliği)
 $(q \vee r) \wedge p \equiv (q \wedge p) \vee (r \wedge p)$
4. $p \vee p' \equiv 1$
5. $p \vee 0 \equiv p$
6. $p \vee p \equiv p$
7. $p \vee 1 \equiv 1$
8. $(p \vee q)' \equiv (p' \vee q) \equiv (p \vee q')$

Örnek Soru

$(p' \vee q)' \wedge q' \equiv 1$ ise
p ve q nun doğruluk değerlerini bulunuz.

Biz Çözdük

$$\begin{aligned} (p' \vee q)' \wedge q' &\equiv 1 \\ \Rightarrow (p' \vee q)' &\equiv 1 \text{ ve } q' \equiv 1 \\ \Rightarrow (p' \vee q) &\equiv 0 \text{ ve } q \equiv 0 \\ \Rightarrow (p' \vee 0) &\equiv 0 \\ \Rightarrow p' &\equiv 0 \Rightarrow p \equiv 1 \end{aligned}$$

Örnek 11

$(p \vee q) \vee 1 \equiv 0$
bileşik önermesine göre aşağıdaki önermelerden hangilerinin doğruluk değeri kesinlikle 1 dir?
a) $p \wedge q$ b) $p \vee q$ c) $p \vee q$

Sen Çöz 11

Örnek 12

$$1 \vee (p \wedge q) \equiv 0$$

denkliğine göre,

- I. p önermesi doğrudur.
 - II. q önermesi doğrudur.
 - III. $(p' \vee q) \wedge (p \wedge q)$ önermesi yanlıştır.
- ifadelerinden hangileri doğrudur?

Sen Çöz 12

Örnek 13

p	q	$p \vee q$
0	0	b
0	a	c
1	0	d
1	1	0

Yukarıda verilen doğruluk tablosuna göre sırasıyla a, b, c, d nin doğruluk değerlerini bulunuz.

Sen Çöz 13

KOŞULLU ÖNERME

p ise q : $p \Rightarrow q$ şeklinde gösterilir.

p : hipotez

q : hüküm önermesi olarak adlandırılır.

p doğru ve q yanlış iken bileşik önerme yanlış diğer durumlarda doğrudur.

Doğruluk Tablosu:

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Dikkate Al

Doğruluk değeri 1 olan koşullu önermeye **ge-rektirme** denir.

Örnek Soru

p : Ankara Türkiye'nin başkentidir.

q : $\sqrt{3}$ rasyonel bir sayıdır.

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesi **gerektirme** midir?

Biz Çözdük

p önermesi doğru bir önermedir.

q önermesi yanlış bir önermedir.

O halde,

$p \Rightarrow q \equiv 1 \Rightarrow 0 \equiv 0$ bulunur.

Yani bu bileşik önerme **gerektirme** değildir.

Dikkate Al

1. $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ dur.

2. $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$ dir.

Örnek 14

$$p' \Rightarrow (p' \vee q)$$

bileşik önermesinin **en sade halini** bulunuz.

Sen Çöz 14

Örnek 15

$$(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)$$

önermesinin **en sade halini** bulunuz.

Sen Çöz 15

Örnek 16

$$(p \vee q) \Rightarrow (p \vee q)$$

önermesinin **en sade halini** bulunuz.

Sen Çöz 16

Örnek 17

$$q \Rightarrow (p' \vee r')$$

bileşik önermesinin değilini (olumsuzunu) bulunuz.

Sen Çöz 17

Unutma!

$$(p \Rightarrow q)' \equiv (p' \vee q)' \equiv p \wedge q'$$

Örnek Soru

$$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 1$$

olmak üzere, aşığıdaki önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

a) $(p \Rightarrow q') \wedge (r \Rightarrow q)$

b) $(p \vee q) \Rightarrow [r' \vee (q \Rightarrow p')]$

Biz Çözdük

a) $(p \Rightarrow q') \wedge (r \Rightarrow q)$
 $\equiv (1 \Rightarrow 0') \wedge (1 \Rightarrow 0)$
 $\equiv (1 \Rightarrow 1) \wedge (1 \Rightarrow 0)$
 $\equiv 1 \wedge 0 \equiv 0$

b) $(p \vee q) \Rightarrow [r' \vee (q \Rightarrow p')]$
 $\equiv (1 \vee 0) \Rightarrow [1' \vee (0 \Rightarrow 1')]$
 $\equiv 1 \Rightarrow [0 \vee (0 \Rightarrow 0)]$
 $\equiv 1 \Rightarrow [0 \vee 1] \equiv 1 \Rightarrow 1 \equiv 1$

Örnek 18

$$[(p' \vee q) \vee p \Rightarrow 1] \Rightarrow (p \wedge p')$$

önermesinin en sade halini bulunuz.

Sen Çöz 18

Örnek 19

Aşığıdaki denkliklerin doğruluk tablosu yardımıyla doğru olduğunu gösteriniz.

a) $p' \Rightarrow p \equiv p$

b) $0 \Rightarrow p \equiv 1$

Sen Çöz 19



Örnek 20

"Ali ödevlerini yapar ise sınıfını geçer." önermesinin olumsuzunu yazınız.



Sen Çöz 20



Örnek 21

$(p' \Rightarrow q)' \wedge r \equiv 1$ olduğuna göre aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

a) $p \Rightarrow (q' \vee r)$

b) $(r \wedge q) \Rightarrow (p \Rightarrow r')$

c) $(p \Rightarrow r) \Rightarrow (q' \Rightarrow p')$



Sen Çöz 21

ÖNERMENİN KARŞITI, TERSİ VE KARŞIT TERSİ

$p \Rightarrow q$: önermesinin

$q \Rightarrow p$: karşıt önermesi

$p' \Rightarrow q'$: ters önermesi

$q' \Rightarrow p'$: karşıt ters önermesi

olarak adlandırılır.

Örnek Soru

$$(s' \wedge r) \Rightarrow s$$

önermesinin tersini bulunuz.

Biz Çözdük

$(s' \wedge r) \Rightarrow s$ önermesinin tersi

$(s' \wedge r)' \Rightarrow s'$ dir.

$(s \vee r') \Rightarrow s'$

Örnek 22

$$(q' \vee p) \Rightarrow r$$

önermesinin karşıtı yanlış ise p, q, r nin doğruluk değerlerini bulunuz.

Sen Çöz 22

Örnek 23

$$(r \wedge p) \Rightarrow (q \vee p')$$

önermesinin karşıt tersini bulunuz.

Sen Çöz 23

ÇİFT KOŞULLU ÖNERME

p ancak ve ancak q : $p \Leftrightarrow q$ şeklinde gösterilir.

$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ dir. p ve q nun doğruluk değerleri aynı ise doğru, farklı ise yanlıştır.

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Leftrightarrow q)'$	$p' \Leftrightarrow q$	$p \Leftrightarrow q'$
1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0

Örnek Soru

$$p \Rightarrow [p \Leftrightarrow q]$$

önermesinin en sade halini bulunuz.

Biz Çözdük

$$p \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$

$$\equiv p \Rightarrow [(p' \vee q) \wedge (q' \vee p)]$$

$$\equiv p' \vee [(p' \vee q) \wedge (q' \vee p)]$$

$$\equiv [p' \vee (p' \vee q)] \wedge [p' \vee (q' \vee p)]$$

$$\equiv (p' \vee q) \wedge (1 \vee q')$$

$$\equiv (p' \vee q) \wedge 1$$

$$\equiv p' \vee q$$

Dikkate Al

Doğruluk değeri 1 olan çift koşullu önermeye **çift gerektirme** denir.

Örnek 24

$p \equiv 0$ ve $q \equiv 1$ olarak veriliyor.

Buna göre aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

- a) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee q)$
- b) $(p \wedge q) \Leftrightarrow q$
- c) $[p \equiv (p \Leftrightarrow q)] \vee q$

Sen Çöz 24

Örnek 25

$(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \equiv 1$ ise

$[(p' \Leftrightarrow q') \vee (q \vee r')] \Rightarrow (p \vee r)$

bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Sen Çöz 25

Dikkate Al

ÖZELLİKLER:

- 1) $p \Leftrightarrow p \equiv 1$
- 2) $p \Leftrightarrow 1 \equiv p$
- 3) $p \Leftrightarrow 0 \equiv p'$
- 4) $p \Leftrightarrow p' \equiv 0$

Örnek 26

- I. $p \Leftrightarrow [p \vee (p \wedge q)] \equiv 1$ dir.
 II. $p \Leftrightarrow (p \vee q') \equiv 1$ dir.
 III. $[p \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow 0 \equiv p'$ dir.

Yukarıda verilen ifadelerin hangileri doğrudur?

Sen Çöz 26

Örnek 27

Bir bileşik önerme kendisini oluşturan önermelerin tüm doğruluk değerleri için daima doğru ise bu bileşik önermeye tautoloji, daima yanlış ise bu bileşik önermeye çelişki denir.

- I. $p \vee p'$
 II. $p \Leftrightarrow p$
 III. $p \wedge p'$
 IV. $p \Leftrightarrow p'$
 V. $p \Rightarrow p$

önermelerinden kaç tanesi tautoloji, kaç tanesi çelişkidir?

Sen Çöz 27

Örnek 28

$p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ olmak üzere

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p' \vee q) \Rightarrow (p' \wedge q)]'$$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

Sen Çöz 28

AÇIK ÖNERME

$x \in \mathbb{R}$, $2x - 4 = -1$ gibi değişkenler içeren önerme olmayan açık ifadelerdir. Kesin bir yargı taşımadıklarından önerme değillerdir.

Üstteki ifadede $x = 1$ konulursa

$$-2 = -1 \text{ yanlış önerme}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ konulursa}$$

$$-1 = -1 \text{ doğru önerme olacaktır.}$$

NİCELEYİCİLER

\forall : Her , \exists : Bazı, en az bir

Evrensel Varlık Belirteci

Belirteç

anlamında niceleyicilerdir.

Açık önermelerin önüne yazıldığında önermeler oluşur.

Örnek 29

p: $x^2 - x - 3 > 0$

açık önermesi veriliyor.

$x = 1$, $x = 2$, $x = -3$ için doğruluk değerlerini bulunuz.

Sen Çöz 29

Örnek 30

Aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

a) $\forall x, y \in \mathbb{R} (x + y)^2 = x^2 + y^2$

b) $\exists x \in \mathbb{R} x^2 > x$

c) $\forall x, y \in \mathbb{R} x > 0 > y$ ise $x^3 > y^3$

Sen Çöz 30

Örnek 31

a) $\exists x, y \in \mathbb{Z}$ için $2x - y = \frac{x}{y}$

b) $\forall n \in \mathbb{Z}$, $2n$ çift sayıdır ve $(2n)^2$ çift sayıdır.

Yukarıdaki önermelerin olumsuzlarını yazınız.

Sen Çöz 31

TANIM, AKSİYOM, TEOREM, İSPAT

Tanım: Bir terimi anlamları daha önceden bilinen terimler yardımıyla ifade etmeye **tanım** denir.

Aksiyom: Mantık ve matematikte teorem ispatında öncül işlevi gören, doğruluğu açık olan, bu nedenle ispatına gerek duyulmayan önermelere **aksiyom** denir.

Örneğin, "İki noktadan bir doğru geçer." bir aksiyomdur.

Teorem: Doğruluğu ispatlanması gereken önermelere **teorem** denir.

İspat: Bir önermenin, belirli aksiyomlar esas alınarak doğruluğunun gösterilmesine **ispat** denir.

1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi önermedir?

- A) Sınavı başlatalım.
- B) Sınav süresi 180 dakikadır.
- C) Sınavda etrafa bakma!
- D) Sınav sonucun kötü gelmiş.
- E) Sınav çok kolaydı.

2. Doğruluk değeri 1 olan önerme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 7 çift sayıdır.
- B) Dünya, Güneş'in etrafında dönmez.
- C) $2^3 > 4^2$
- D) En küçük doğal sayı 1 dir.
- E) En büyük negatif tam sayı -1 dir.

3. p: "5 - 2 = 2 - 5 tir."

q: "0 < -1"

r: "Dünya, Güneş'e Mars'tan daha yakındır."

s: "Fransa'nın başkenti Paris'tir."

Yukarıda verilen önermelerden denk olan ikililer aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $p \equiv q$ B) $p \equiv r$ C) $p \equiv s$
 $r \equiv s$ $q \equiv s$ $q \equiv r$
- D) $p \equiv s$ E) $q \equiv r$

4. p, q önermeleri veriliyor.

Bu önermelerin doğruluk tablosu aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A)	p	q
	0	0
	0	1

B)	p	q
	0	0
	1	1

C)	p	q
	1	1
	1	0

D)	p	q
	0	0
	0	1
	1	1

E)	p	q
	0	0
	0	1
	1	0
	1	1

5. p: "Kırmızı ile sarıyı birleştirecek turuncu elde ederiz."

q: "Silgi, kurşun kalemle yazılanları silmek için kullanılır."

Yukarıda verilen önermelerin doğruluk tablosu için verilen

I.

p	q
0	1

II.

p	q
1	0

III.

p	q
0	0

ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
- D) I ve II E) II ve III

6. p, q, r önermeleri için kaç tane farklı doğruluk değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

7. 1024 farklı doğruluk değeri olan kaç farklı önerme vardır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

8. p: "İstanbul'un yüz ölçümü, Konya'nın yüz ölçümünden büyüktür."

önermesinin değili (olumsuzu) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) "İstanbul'un yüz ölçümü, Konya'nın yüz ölçümünden küçüktür."
 B) "İstanbul'un yüz ölçümü, Konya'nın yüz ölçümünden azdır."
 C) "İstanbul'un yüz ölçümü, Konya'nın yüz ölçümüne eşittir."
 D) "İstanbul'un yüz ölçümü, Konya'nın yüz ölçümünden küçük veya eşittir."
 E) "İstanbul'un yüz ölçümü, Konya'nın yüz ölçümünden fazladır."

9. q: "Bir hafta 6 gün değildir."

önermesinin olumsuz aşağıdakilerden hangisidir?

- A) "Bir hafta 6 gündür."
 B) "Bir hafta 7 gündür."
 C) "Bir hafta 6 günden fazladır."
 D) "Bir hafta 6 günden azdır."
 E) "Bir hafta 7 gün değildir."

10. p: " $-3 + 11 = 8$ "

q: " $-3 > 6$ "

r: " $2 \leq 10$ "

önermeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $p' \equiv "-3 + 11 > 8"$

II. $q' \equiv "-3 \leq 6"$

III. $r' \equiv "2 \geq 10"$

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

11. p önermesi için,

I. p' , p önermesinin değilidir.

II. $(p')' \equiv p$

III. $p \equiv 1$ ise $p' \equiv 0$ dir.

öncüllerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I, II ve III

12. p ve q önermeleri denk önermeler olmak üzere,

I. $p \equiv q$

II. $p' \equiv q$

III. $p' \equiv q'$

öncüllerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
 D) I ve II E) II ve III

1.

p	q	$p \wedge q$
0	0	a
0	c	0
1	0	d
1	b	e

Yukarıdaki doğruluk tablosuna göre a, b, c, d, e önermelerinin doğruluk değerleri aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) 0, 1, 1, 0, 0 B) 0, 1, 1, 1, 1
C) 0, 1, 0, 0, 1 D) 0, 0, 1, 0, 1
E) 0, 1, 1, 0, 1

2. "Okula gelirken ders kitabınızı ve kalem kutunuzu getirin." diyen Melisa öğretmenin bu ifadesindeki olası doğru durumlar,

- I. Okula gelirken sadece ders kitabı getiren Mert,
II. Okula gelirken sadece kalem kutusunu getiren Berk
III. Okula gelirken hem kalem kutusunu hem de ders kitabını getiren Hakan

yukarıdakilerin hangisinde verilmiştir?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
D) II ve III E) I ve III

3. p: "2 + 3 = 5"

q: "3 < 5"

önermeleri için $p \vee q$ ifadesi ve doğruluk değeri aşağıdakilerden hangisi doğru verilmiştir?

- A) $p \vee q \equiv "2 + 3 = 5 \text{ veya } 3 < 5" \equiv 1$
B) $p \vee q \equiv "2 + 3 \neq 5 \text{ veya } 3 < 5" \equiv 1$
C) $p \vee q \equiv "2 + 3 = 5 \text{ ve } 3 < 5" \equiv 1$
D) $p \vee q \equiv "2 + 3 = 5 \text{ ve } 3 < 5" \equiv 0$
E) $p \vee q \equiv "2 + 3 = 5 \text{ veya } 3 < 5" \equiv 0$

4. I. $1 \wedge (0 \vee 1)$

II. $(1' \wedge 0) \wedge 1$

III. $(1 \wedge 1) \vee (0' \vee 1)$

Yukarıdaki bileşik önermelerin doğruluk değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 0, 0 B) 0, 0, 0 C) 1, 0, 1
D) 0, 1, 0 E) 1, 1, 1

5. p önermesi için $(p \wedge p') \vee (p \vee p')$ bileşik önermesinin doğruluk değeri aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değerine eşittir?

- A) "Ağrı Dağı dünyanın en yüksek dağıdır."
B) "Birbirinden farklı en küçük dört asal sayının toplamı 11 dir."
C) $(1 \wedge 1) \wedge (0' \wedge 1)$
D) "Corona virüs, insanlarda hastalığa sebep olmaktadır."
E) $(1 \vee 1) \wedge (0 \vee 0)$

6. I. $1 \wedge (p \wedge p)$

II. (p')

III. $(0' \wedge p) \wedge (p \vee 1)$

IV. $(p \wedge 1) \wedge p$

Yukarıda verilen bileşik önermelerden kaç tanesi p ye denktir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. "Mikroplardan korunmak için ellerimizi sabunla yıkamalıyız veya ellerimize dezenfektan sürmeliyiz." ifadesinde olası durumların yanlış olduğu durum aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Ellerimizi sabunla yıkamak
B) Ellerimize dezenfektan sürmek
C) Hem sabunla yıkayıp hem dezenfektan sürmek
D) Sabunla yıkayıp, dezenfektan sürmemek
E) Ellerimizi yıkamayıp, dezenfektan sürmemek

8. $(p \vee q) \equiv (p \wedge q)$ denklliğini sağlayan p ve q önermeleri için

- I. $p \equiv 1$, $q \equiv 0$
II. $p \equiv 0$, $q \equiv 0$
III. $p \equiv 1$, $q \equiv 1$

öncüllerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
D) I ve II E) I, II ve III

9. $p \equiv 1$, $q \equiv 0$, $p \equiv r$

ifadeleri için $(q \wedge r') \vee (p \vee r)$ bileşik önermesinin doğruluk değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(p \vee q') \wedge r$
B) $p' \wedge (q' \vee r)$
C) $(p \wedge q) \vee r'$
D) $(q' \vee r) \wedge (p' \wedge r')$
E) $(p \wedge r) \wedge (q \wedge r)$

10. $(p \wedge q')' \vee q$

önermesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) p' C) p' \vee q
D) p \vee q' E) p' \wedge q'

11. Aşağıdaki önermelerin hangisi daima doğrudur?

- A) $(p \vee p) \wedge (r \wedge r')$ B) $(p \vee p) \wedge (r \wedge 0)$
C) $(1 \vee 1) \wedge (q \wedge r)$ D) $0 \vee (r \wedge r')$
E) $1 \vee (p' \wedge 1)$

12. Renklerin karışımlarını öğreten Sibel öğretmen; "Kırmızı ve sarıyı karıştırırsanız turuncu elde edersiniz." demiştir.

Bu söylediği önermenin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Kırmızı veya sarıyı karıştırmazsanız turuncu elde etmezsiniz.
B) Kırmızı ve sarıyı karıştırmazsanız turuncu elde edersiniz.
C) Kırmızı ve sarıyı karıştırırsanız turuncu elde etmezsiniz.
D) Kırmızı ya da sarıyı karıştırırsanız turuncu elde edersiniz.
E) Kırmızı veya sarıyı karıştırmazsanız turuncu elde edersiniz.

ÇİTA YAYINLARI

13. $(p \wedge q') \wedge (p' \vee q)$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p' B) q C) p D) 1 E) 0

14. p: x = 0

q: y = 1

önermeleri veriliyor.

Buna göre, x ve y tam sayıları için,

- I. $x \cdot (y - 1) = 0$
II. $x - y + 1 = 0$
III. $x \neq y - 1$

önermelerinden hangileri p \vee q önermesine denktir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

1. $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) p B) p' C) q D) 0 E) 1

2. $(p \vee q) \Rightarrow (p' \wedge q')$
önermesinin en sade biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) p
D) $p \vee q$ E) $p' \wedge q'$

3. $(p' \wedge r) \Rightarrow r \equiv 0$
olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $r \vee p' \equiv 1$ B) $r \Rightarrow p \equiv p'$
C) $r \wedge p \equiv 1$ D) $r' \wedge p' \equiv 1$
E) $r \Rightarrow p' \equiv 0$

4. $[(p' \wedge q) \vee q]' \Rightarrow (p \wedge q) \equiv 1$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $p \wedge q \equiv 0$ B) $q \Rightarrow p \equiv 0$ C) $p \wedge q \equiv 1$
D) $q \Rightarrow p \equiv 0$ E) $q \vee p \equiv 0$

5. $(p \wedge r) \Rightarrow (q \Rightarrow s) \equiv 0$

olduğuna göre p, q, r ve s önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1, 1, 0, 1 B) 1, 0, 1, 1 C) 1, 1, 1, 0
D) 1, 0, 0, 1 E) 1, 0, 1, 0

6. p: " $x^2 = 49$ "

q: " $x = 7$ "

r: " $x = -7$ "

önermeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $p \Rightarrow (q \vee r)$

II. $q \Rightarrow p$

III. $p \Rightarrow (q \wedge r)$

önermelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) Yalnız II E) I, II ve III

7. $[p \Rightarrow (q' \Rightarrow r)] \Rightarrow [r' \Rightarrow (p' \vee q)]$
bileşik önermesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1
B) $p \vee r$
C) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
D) 0
E) $p \wedge r$

8. $(p \wedge q') \Rightarrow (r' \vee s') \equiv 0$ ise
 p , q , r ve s 'nin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 0, 1, 1, 0 B) 1, 1, 1, 0 C) 0, 1, 1, 1
D) 1, 0, 1, 1 E) 1, 1, 0, 1

9. $r \Rightarrow (p \vee q) \equiv 0$ ise
 $[(p \wedge r) \vee (q \vee r)'] \Rightarrow (r \Rightarrow q')$
önermesinin dengi olan önerme aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 1 B) 0 C) q D) p E) $q' \wedge r'$

10. $(p \Rightarrow r)'$ bileşik önermesinin doğruluk değeri 1 ise

$$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r'] \Rightarrow [(p' \Rightarrow q) \Rightarrow q']$$

bileşik önermesine denk olan önerme aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) q D) q' E) p

11. $[p' \Rightarrow (q \Rightarrow p)] \wedge [(p' \wedge q) \vee p]$
bileşik önermesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 0 B) 1 C) p D) q E) $p \wedge q$

12. $p' \Rightarrow (p' \vee q)$
önermesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 1 B) 0 C) p' D) q E) p

1. I. $1 \Leftrightarrow 0 \equiv 0$

II. $0 \Leftrightarrow (1 \Leftrightarrow 0) \equiv 1$

III. $1 \Rightarrow (0 \Leftrightarrow 1) \equiv 0$

öncüllerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

2. $p' \Leftrightarrow r$ önermesi ve $q \Rightarrow r$ önermesi yanlış olduğuna göre,I. $(p' \wedge q) \Rightarrow (r' \Leftrightarrow p)$ bileşik önermesinin doğruluk değeri 1 dir.II. $(p \wedge q) \Rightarrow (r \Rightarrow p')$ bileşik önermesinin doğruluk değeri 0 dir.III. $(p \vee q)' \Rightarrow (r \Rightarrow p)$ bileşik önermesinin doğruluk değeri 1 dir.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II
D) II ve III E) I ve III

3. $(p \vee q) \Leftrightarrow q$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p \vee q$ B) $p \wedge q$ C) $p \Rightarrow q$
D) $p \Leftrightarrow q$ E) $p \vee q$

4. $p \Rightarrow (q \vee r') \equiv 0$ denkliği veriliyor.

O halde,

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow p')$$

bileşik önermesinin dengi olan önerme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) 0 C) q' D) 1 E) r

5. I. $P_x: [\forall x, x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq 0]$

II. $Q_x: [\forall x \in \mathbb{R}, x, x^2 \text{ yi böler.}]$

III. $R_x: \left[\forall x \in \mathbb{N}, \frac{x-1}{x-1} = 1 \right]$

Yukarıda verilen önermelerin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 0, 1 B) 0, 1, 1 C) 1, 1, 0
D) 1, 1, 1 E) 1, 0, 0

6.

p	q	$q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
1	1	a	b
0	1	0	e
1	c	1	1
d	0	f	1

Yukarıda verilen doğruluk tablosunda a, b, c, d, e, f harflerinin yerine sırasıyla aşağıdakilerden hangileri gelmelidir?

- A) 1, 0, 1, 1, 0, 1 B) 1, 1, 0, 1, 0, 1
C) 1, 1, 0, 0, 1, 0 D) 1, 1, 0, 0, 1, 1
E) 1, 1, 0, 1, 0, 0

7. Doğruluk değeri daima 1 olan bileşik önermelere totoloji denir.

- I. $p' \Rightarrow (p' \vee q)$ bileşik önermesi bir totolojidir.
 II. $q \vee (p \Rightarrow q)$ bileşik önermesi bir totolojidir.
 III. $p \vee q$ önermesi bir totolojidir.

Yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) I, II ve III

8. I. $x + 7 > 4$ bir önermedir.
 II. $2 + 7 > 4$ bir önermedir.
 III. $\forall x \in \mathbb{R}, x + 7 > 4$ bir önermedir.

Yukarıdaki öncüllerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
 D) I ve III E) I, II ve III

9. $p: "\forall x \in (-\infty, 4)$ ise $x^2 < 16"$

$q: "\forall x \in \mathbb{R}$ ise $x^2 < 9"$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

- A) $p \Rightarrow q$ B) $p \wedge q$ C) $p \vee q$
 D) $p' \Rightarrow q$ E) p

10. $p(x): "x, 3$ ile tam bölünen tam sayı"

$q(x): "x, \text{rasyonel sayı}"$

açık önermeleri veriliyor.

Buna göre,

$$[p(6) \wedge q(\sqrt{12})] \Rightarrow q(\sqrt{25})$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $q(\sqrt{36}) \Rightarrow p(13)$ B) $p(10) \vee q(\sqrt{108})$
 C) $p(1) \wedge q\left(\frac{1}{2}\right)$ D) $p(24) \vee q(\sqrt{3})$
 E) $p(24) \wedge q(\sqrt{3})$

11. $p' \Rightarrow (p' \vee q)$

önermesinin olumsuzu (değili) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) $p \Rightarrow (p \wedge q)$
 D) $p \Rightarrow q$ E) p'

12. I. $(x + 1) \cdot (y - 1) = 0 \rightarrow x = -1 \vee y = 1$

II. a sayısı 9 ile bölünebilir ve b sayısı 9 ile bölünebilir ise $a + b$ 9 ile bölünebilir.

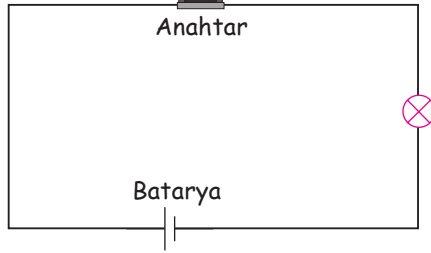
III. -12 çift tam sayıdır.

önermelerinden hangileri doğrudur?

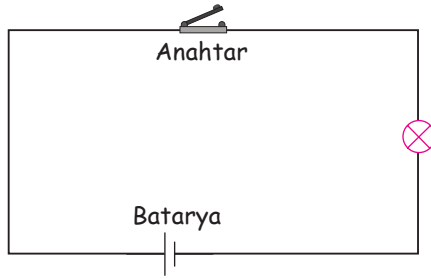
- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
 D) I ve III E) I, II ve III

(FEN LİSESİ MÜFREDATI)

ELEKTRİK DEVRELERİ İLE SEMBOLİK MANTIK ARASINDAKİ İLİŞKİ



Yukarıdaki şekilde gösterildiği gibi bir elektrik devresinde lamba yanıyor anahtar kapalıdır ve devreden akım geçer. Bu durum doğruluk değeri 1 olan önermeye karşılık gelir.

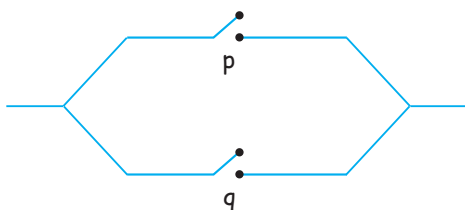


Bu şekilde gösterildiği gibi bir elektrik devresinde lamba yanmıyorsa anahtar açıktır ve devreden akım geçmez. Bu durum doğruluk değeri 0 olan önermeye karşılık gelir.

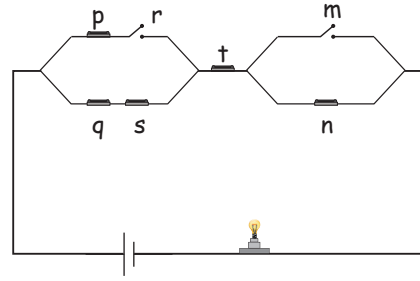
Bir elektrik devresinde seri bağlama aşağıdaki gibidir ve $p \wedge q$ ile ifade edilir.



Bir elektrik devresinde paralel bağlama aşağıdaki gibidir ve $p \vee q$ ile ifade edilir.



Örnek Soru



Yukarıdaki elektrik devresine karşılık gelen bileşik önermeyi yazınız.

Biz Çözdük

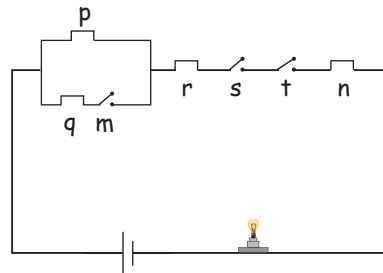
$$[(p \wedge r) \vee (q \wedge s)] \wedge t \wedge (m \vee n)$$

Örnek Soru

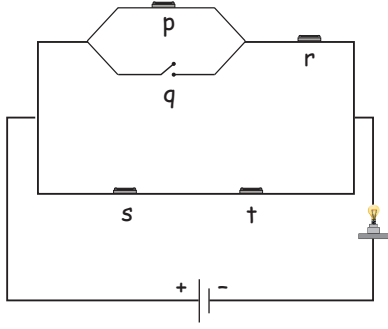
p, q, r, n 'nin doğruluk değeri 1 ve m, s, t nin doğruluk değeri 0 olduğuna göre $[p \vee (q \wedge m)] \wedge [(r \wedge s) \wedge t] \wedge n$ bileşik önermesine karşılık gelen elektrik devresini çiziniz.

Bu devreden akım geçip geçmediğini hesaplayınız.

Biz Çözdük



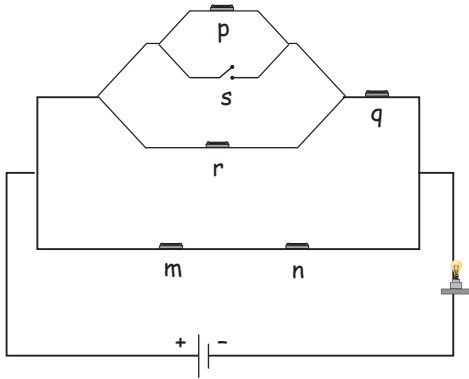
1.



Yukarıdaki elektrik devresine karşılık gelen bileşik önerme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[(p \vee r) \wedge q] \vee (s \wedge t)$
- B) $[(p \vee q) \vee r] \vee (s \vee t)$
- C) $[(p \wedge q) \wedge r] \wedge (s \wedge t)$
- D) $[(p \vee q) \wedge r] \vee (s \wedge t)$
- E) $[(p \wedge q) \vee r] \vee (s \vee t)$

2.



Yukarıdaki elektrik devresine karşılık gelen bileşik önerme aşağıdakilerden hangisidir?

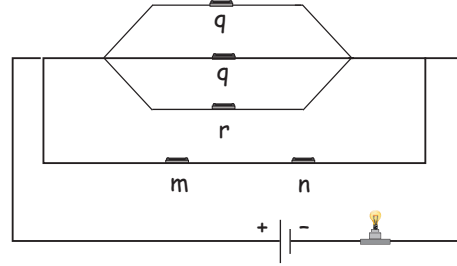
- A) $\{[(p \vee s) \vee r] \wedge q\} \vee (m \wedge n)$
- B) $\{[p \vee (s \vee r)] \wedge q\} \wedge (m \wedge n)$
- C) $\{p \vee [(s \vee r) \wedge q]\} \vee (m \wedge n)$
- D) $[p \wedge (s \wedge r) \vee q] \vee (m \vee n)$
- E) $\{[(p \vee s) \vee r] \wedge q\} \vee (m \vee n)$

3.

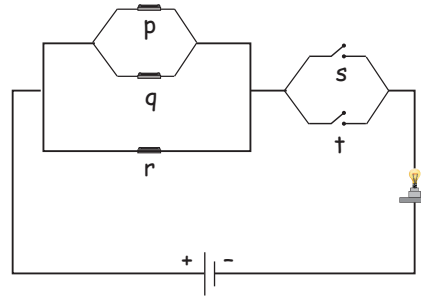
$$[(p \vee q) \vee r] \wedge (s \vee t)$$

bileşik önermesine denk gelen elektrik devresi aşağıdakilerden hangisidir?

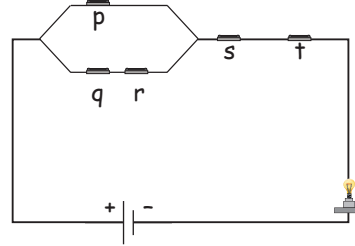
A)



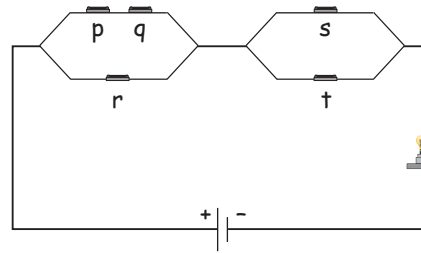
B)



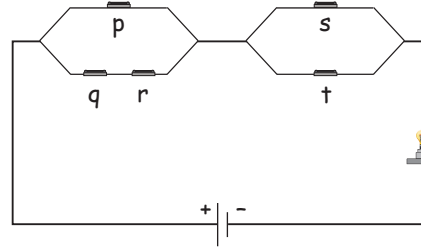
C)



D)

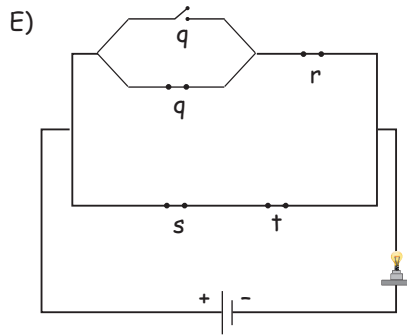
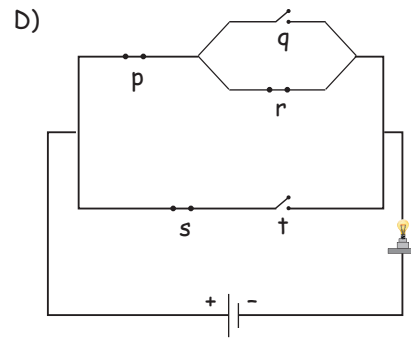
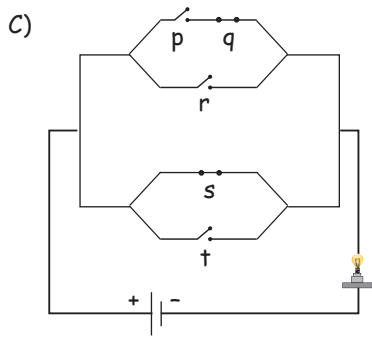
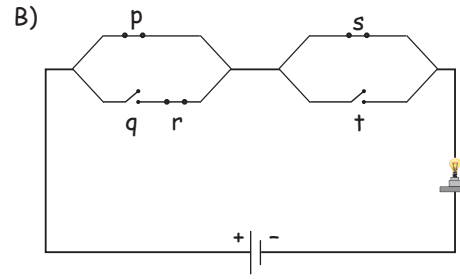
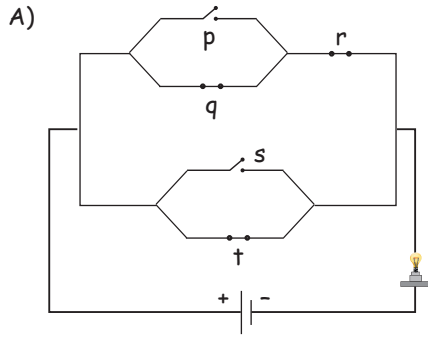


E)



4. $[(p \vee q) \wedge r] \vee (s \vee t)$

önermesine karşılık gelen elektrik devresi aşağıdakilerden hangisidir?



Yeni Nesil Sorular

1. p, q ve s önermeleri için

$$(q \Leftrightarrow s') \vee (p' \Rightarrow q)$$

bileşik önermesinin doğruluk değeri "0" dır.

Buna göre,

I. $s \Rightarrow p'$

II. $p \vee s'$

III. $q' \Rightarrow s$

IV. $p' \vee q$

önermelerinden hangilerinin doğruluk değerleri "0" dır?

A) I, II, III

B) I, II, IV

C) II, III

D) Yalnız III

E) Yalnız I

2.

"13 tek tam sayıdır." A

" $-3^2 \geq 9$ dur." B

" $-20 + (-2)^2 < 4$ " C

"Her gerçekte sayının sıfırinci kuvveti 1 dir." D

Yukarıdaki panoda yazan önermelerin doğruluk değeri A, B, C, D harfleri ile gösterilmiştir.

I. $A \wedge B$

II. $B \vee C'$

III. $A \vee D$

IV. $A' \vee C'$

ifadelerinden doğruluk değeri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0, 0, 1, 0

B) 0, 0, 1, 1

C) 1, 0, 1, 0

D) 1, 1, 1, 0

E) 0, 0, 0, 0

KÜMELER

Küme belirli özellikler gösteren ve iyi tanımlanmış birbirinden farklı nesnelere topluluğudur. Bu nesnelere her biri kümenin elemanıdır. Nesnelere değişik biçimde sıralanması kümeyi değiştirmez.

Kümeler A, B, C, \dots gibi büyük harflerle gösterilir. Bir x nesnesi bir A kümesinin elemanlarından biri ise $x \in A$ şeklinde ifade edilir. Verilen bir A kümesinin eleman sayısı n ise $s(A) = n$ şeklinde gösterilir.



Örnek Soru

Aşağıdakilerin küme olup olmadığını tartışınız.

- Güzel renkler
- Yılın ayları
- 7 ile 13 arasındaki tam sayılar



Biz Çözdük

- Bir küme değildir çünkü güzel renkler öznel kavramlardır.
- Bir küme belirtirler çünkü yılın ayları değişken değildir.
- Bir küme belirtirler çünkü nesnelirler.



Örnek 32

Aşağıdaki ifadelerin küme belirtip belirtmediğini bulunuz.

- İyi insanlar
- Üniversite kelimesini oluşturan harfler
- Rakamlar



Sen Çöz 32

KÜMELERİN FARKLI GÖSTERİMLERİ

1. Liste Yöntemi:

Bir kümeye ait olan elemanların aralarına virgül konmak suretiyle adına **küme parantezi** denilen parantez içine yazılışına o kümenin **liste yöntemi ile gösterimi** denir.

2. Ortak Özellik Yöntemi:

Bir kümenin tüm elemanlarının sağladığı bağıntı ya da özellikleri belirterek gösterimine o kümenin **ortak özellik yöntemi ile gösterimi** denir.

Örneğin; pozitif tek sayıları belirten küme

$$A = \{x: x = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}^+\}$$

3. Venn Şeması:

Kümeler açıklamaları daha kolay yapılabilir diye **Venn şeması** adı verilen kapalı eğriler veya bir çokgen ile gösterilirler.



Örnek Soru

3 ile 10 arasındaki tam sayıların kümesini üç farklı şekilde gösterelim.



Biz Çözdük

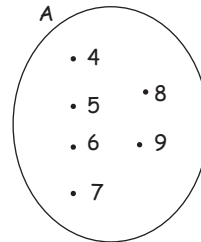
Liste yöntemi ile gösterirsek;

$$A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

ortak özellik yöntemi ile gösterirsek;

$$A = \{x \mid 3 < x < 10, x \in \mathbb{Z}\}$$

Venn şeması ile gösterirsek;



şeklindedir.

BOŞ KÜME

Elemanı olmayan kümelere denir.

\emptyset veya $\{\}$ şeklinde gösterilir.

$\{\emptyset\}$ boş küme değildir. Bir elemanlı kümedir.

Örnek 33

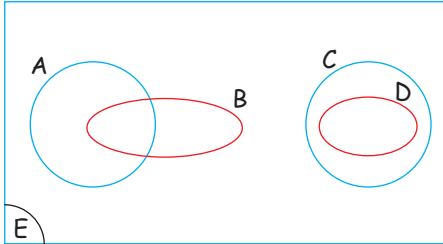
$$A = \{x \mid x^2 < 0, x \in \mathbb{N}\}$$

kümesinin boş küme olup olmadığını bulunuz.

Sen Çöz 33

EVRENSEL KÜME

Belli bir incelemedeki tüm nesnelerin oluşturduğu kümeye bu inceleminin **evrensel kümesi** denir ve **E** ile gösterilir.



EŞİT KÜMELER

Aynı elemanlardan oluşan iki kümeye **eşit kümeler** denir.

DENK KÜMELER

Eleman sayıları eşit olan iki kümeye **denk kümeler** denir.

Eşit kümeler aynı zamanda denk kümelerdir.

SONLU VE SONSUZ KÜME

Eleman sayısı bir doğal sayı ile ifade edilebilen kümelere **sonlu küme**, edilemeyenlere **sonsuz küme** denir.

Örnek 34

$$A = \{x \mid x > 4, x \in \mathbb{N}\}$$

kümesi sonlu bir küme midir?

Sen Çöz 34

ALT KÜME

Bir A kümesinin her elemanı aynı zamanda bir B kümesinin de elemanı ise **A kümesi B kümesinin alt kümesidir** denir ve $A \subset B$ şeklinde gösterilir.

Özellikler

- $\emptyset \subset \emptyset$
- $\emptyset \subset A$ (Boş küme her kümenin alt kümesidir.)
- $A \subset A$ (Her küme kendisinin bir alt kümesidir.)
- n elemanlı bir kümenin alt küme sayısı 2^n dir.
- Bir kümenin kendisinden farklı her alt kümesine bu kümenin **özalt kümesi** denir. n elemanlı bir kümenin özalt küme sayısı $2^n - 1$ dir.

6. A, B ve C kümeleri için

$$A \subset B \text{ ve } B \subset C \text{ ise } A \subset C \text{ dir.}$$

7. $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise $A = B$ dir.

8. Bir kümenin tüm alt kümelerinden oluşan kümeye o kümenin **kuvvet kümesi** denir. A kümesi için $P(A)$ ile gösterilir.

Örnek Soru

$$A = \{a, b, c\}$$

kümesinin tüm alt kümelerini yazınız.

Biz Çözdük

Tüm alt kümeleri

$$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \emptyset \text{ dir.}$$

Örnek 35

$$A = \{x, y, \emptyset, 1, 2, \{x\}, \{a, b, c\}\}$$

kümesi için aşağıdaki ifadelerin doğruluğunu tartışınız.

a) $s(A) = 9$ b) $s(A) = 7$ c) $\emptyset \subset A$

d) $\emptyset \in A$ e) $\{\emptyset\} \subset A$ f) $\{a, b, c\} \subset A$

g) $\{x\} \in A$ h) $\{x\} \subset A$

Sen Çöz 35

Örnek 36

$$A = \{x \mid 0 \leq x \leq 15, x \in \mathbb{N}\}$$

kümesinin,

a) eleman sayısını

b) alt küme sayısını

c) öz alt küme sayısını

bulunuz.

Sen Çöz 36

Örnek 37

Bir kümenin alt küme sayısı başka bir kümenin öz alt küme sayısına eşit ise bu kümelerin eleman sayıları toplamı kaçtır?

Sen Çöz 37

Örnek 38

$$A = \{\star, \square, \circ\}$$

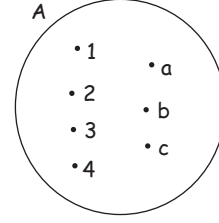
$$B = \{\star, \square, \circ, +, x\}$$

$A \subset C \subset B$ koşuluna uygun,

- kaç tane C kümesi bulunabilir?
- kaç tane $A \neq C$ olacak C kümesi bulunabilir?
- A ve B kümelerinden farklı kaç tane C kümesi yazılabilir?

Sen Çöz 38

Örnek 39



Yukarıda Venn şeması ile ifade edilen A kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a bulunurken b bulunmaz?

Sen Çöz 39

Örnek 40

$$A = \{1, 2, 3\}$$

kümesinin bütün alt kümeleri yazılıyor.

Bu alt kümelerin hepsinde bulunan tüm elemanların toplamı kaçtır?

Sen Çöz 40

Örnek Soru

$$A = \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a eleman olarak bulunur?

Biz Çözdük

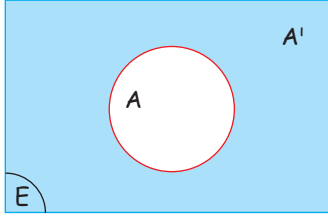
a elemanı mutlaka bulunacağı için alt kümelerin hepsine a elemanını yazalım. O halde A kümesinin a elemanı hariç diğer elemanları ile alt küme oluşturmalıyız.

$$2^6 = 64 \text{ tane alt kümede } a \text{ elemanı vardır.}$$

BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

E evrensel kümesi içinde bir A kümesi verilmiş olsun. E nin A ya ait olmayan elemanlarının oluşturduğu kümeye **A kümesinin tümleyeni** denir ve A' ile gösterilir.

$$A' = \{x : x \in E \text{ ve } x \notin A\}$$



$$s(A) + s(A') = s(E) \text{ dir.}$$

$$A \subset B \text{ ise } B' \subset A' \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$s(A') + s(B) = 14$$

$$s(B') + s(A) = 6 \text{ ve}$$

$s(B) = 5$ ise A kümesinin özalt küme sayısını bulunuz.

Biz Çözdük

$$s(A) + s(A') = s(E) \text{ olduğuna göre}$$

$$s(A') + s(B) = 14$$

$$+ \quad s(B') + s(A) = 6$$

$$s(A') + s(A) + s(B') + s(B) = 20$$

$$2s(E) = 20$$

$$s(E) = 10$$

$$s(B) = 5 \Rightarrow s(A') + 5 = 14$$

$$s(A') = 9$$

$$\Rightarrow s(A) = s(E) - s(A')$$

$$s(A) = 10 - 9 = 1$$

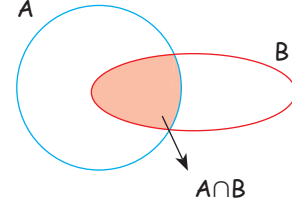
Öz alt küme sayısı

$$2^1 - 1 = 1 \text{ dir.}$$

KÜMELERDE İŞLEMLER

KÜMELERİN KESİŞİMİ (ARA KESİTİ)

A ve B iki küme olsun. Her iki kümenin ortak elemanlarının oluşturduğu kümeye **A ve B kümelerinin arakesiti veya kesişim kümesi** denir ve $A \cap B$ ile gösterilir.



$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ ve } x \in B\} \text{ dir.}$$

Özellikler:

1. $A \cap A = A$ (tek kuvvet özelliği)
2. $A \cap B = B \cap A$ (değişme özelliği)
3. $A \cap B = \emptyset$ ise A ve B ayrık kümelerdir.
4. $A \subset B$ ise $A \cap B = A$
5. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (birleşme özelliği)
6. $A \cap \emptyset = \emptyset$, $A \cap A' = \emptyset$, $A \cap E = A$ dir.

Örnek Soru

$$A = \{1, -2, 0, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{5, 3, -2, 2, 7\}$$

$$C = \{0, 5, 6\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre aşağıdaki kümeleri yazınız.

- a) $A \cap B$ b) $B \cap C$ c) $A \cap (B \cap C)$

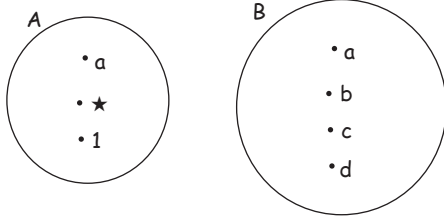
Biz Çözdük

$$a) A \cap B = \{-2, 3, 5\}$$

$$b) B \cap C = \{5\}$$

$$c) A \cap (B \cap C) = \{5\}$$

Örnek 41



Yukarıda Venn şemaları verilen kümelerin kesişim kümesini bulunuz.

Sen Çöz 41

Örnek 42

$A = \{\text{ÜNİVERSİTE sözcüğünün harfleri}\}$

$B = \{\text{LİSE sözcüğünün harfleri}\}$

olduğuna göre $A \cap B$ kümesinin alt küme sayısını bulunuz.

Sen Çöz 42

Örnek 43

$A = \{9 - A \text{ sınıfındaki sarışın kız öğrenciler}\}$

$B = \{9 - A \text{ sınıfındaki gözlüklü öğrenciler}\}$

kümelere veriliyor.

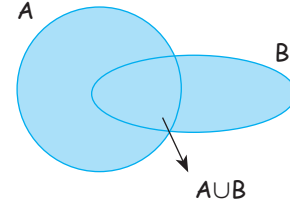
$A \cap B$ kümesinin hangi öğrencileri içerdiğini bulunuz.

Sen Çöz 43

KÜMELERİN BİRLEŞİMİ

İki kümenin tüm elemanlarının oluşturduğu kümeye **birleşim kümesi** denir. Birleşim \cup sembolü ile gösterilir.

A ve B kümeleri için birleşim kümesi taralı yerlerdir.



$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ veya } x \in B\}$$

Özellikler:

- $A \cup A = A$ (tek kuvvet özelliği)
- $A \cup B = B \cup A$ (değişme özelliği)
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (birleşme özelliği)
- $A \subset B$ ise $A \cup B = B$
- $A \cup \emptyset = A$, $A \cup A' = E$, $A \cup E = E$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (dağılım özelliği)
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (De Morgan kuralı)
 $(A \cap B)' = A' \cup B'$
- $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$
- A ve B ayrık kümeler ise $s(A \cap B) = 0$ dir. Yani $s(A \cup B) = s(A) + s(B)$ dir.
- $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$

Örnek Soru

$$A = \{a, d, e, c\}$$

$$B = \{a, b, c\}$$

$$C = \{a, f\}$$

kümeleri için aşağıdaki kümeleri yazınız.

a) $A \cup B$

b) $(B \cup C) \cup A$

Biz Çözdük

a) $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$

b) $(B \cup C) \cup A = \{a, b, c, f\} \cup \{a, d, e, c\}$
 $= \{a, b, c, d, e, f\}$

Örnek 44

$s(A) = 13$, $s(B) = 5$ olduğuna göre;

a) $s(A \cup B)$ en çok kaçtır?

b) $s(A \cup B)$ en az kaçtır?

Sen Çöz 44

Örnek 45

$s(A) = 4$, $s(B) = 7$ ve $A \not\subset B$ ve $A \cap B \neq \emptyset$ ise

a) $s(A \cup B)$ en çok kaçtır?

b) $s(A \cup B)$ en az kaçtır?

Sen Çöz 45

Örnek 46

$$[A \cap (B' \cup A')] \cap [(A' \cap B) \cup B]$$

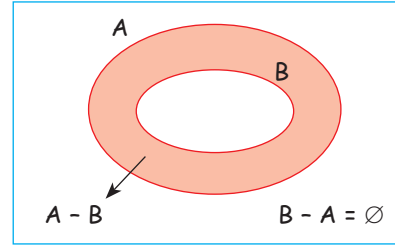
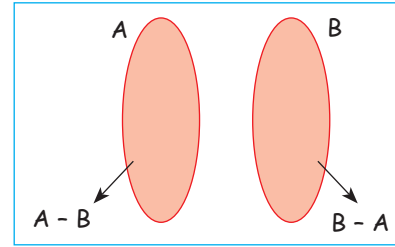
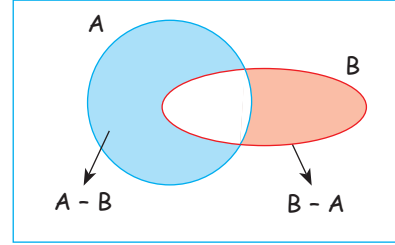
kümesini bulunuz.

Sen Çöz 46

İKİ KÜME FARKI:

A ve B herhangi iki küme olsun. A'nın elemanı olup da B'nin elemanı olmayan elemanların oluşturduğu kümeye **A fark B kümesi** denir.

A - B veya $A \setminus B$ şeklinde gösterilir.



$$A - B = \{x : x \in A \text{ ve } x \notin B\}$$

$$A - B = \{x : x \in A \text{ ve } x \in B'\}$$

$$A - B = A \cap B'$$

$(A - B) \cup (B - A)$ kümesi, A ya da B kümesidir.

Özellikler:

1. $A - A = \emptyset$, $A - \emptyset = A$

2. $E - A = A'$, $A - E = \emptyset$

3. $(A - B) \subset A$

4. $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$

5. $(A - B) \cup B = A \cup B$

6. $A - B = A \cap B'$

7. $A - B = B' - A'$

Dikkate Al

$A - B$ yi bulurken A kümesinden $A \cap B$ deki elemanları çıkartmak gerekir.

Örnek Soru

$$A = \{x, a, y, c\}$$

$$B = \{b, c, d\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre aşağıdaki kümeleri yazınız.

- a) $A - B$
b) $A \cap (B - A)$

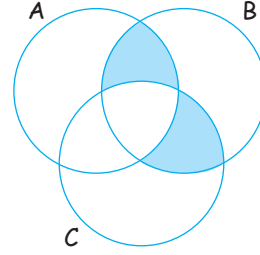
Biz Çözdük

- a) A kümesinin elemanı olup B kümesinin elemanı olmayan elemanları bulmamız gerekiyor.

$$A - B = \{x, a, y\}$$

b) $A \cup (B - A) = \{x, a, y, c\} \cap \{b, d\}$
 $= \emptyset$

Örnek Soru

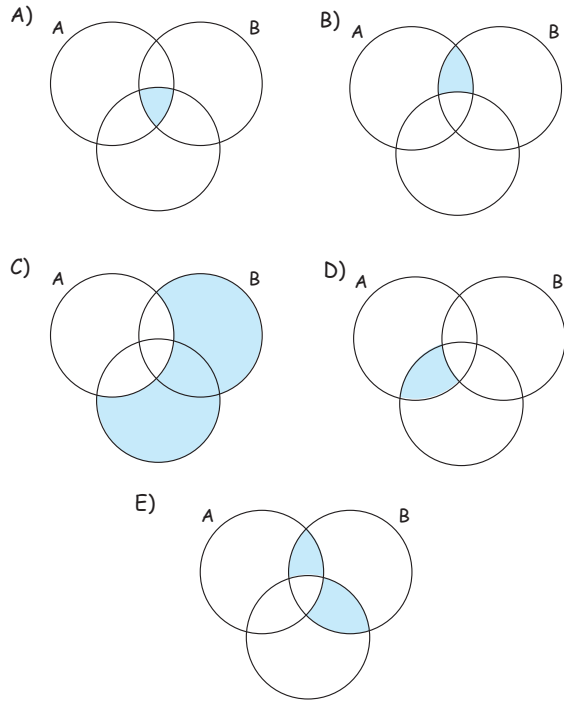


Şekildeki taralı bölge aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilebilir?

- A) $A \cap B \cap C$
B) $(A \cap B) - C$
C) $(C \cup B) - A$
D) $(A \cap C) - (A \cap B \cap C)$
E) $[B \cap (A \cup C)] - (A \cap B \cap C)$

Biz Çözdük

Şıkların gösterdiği yerler aşağıda taranmıştır.



Yanıt E şıkkıdır.

Örnek 47

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde;

- a) 4 vardır?
- b) 4 yoktur?
- c) 4 ve 5 vardır?
- d) 4 var, 5 yoktur?
- e) 5,6,7 elemanlarının üçü de yoktur?

Sen Çöz 47

Örnek 48

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre A kümesinin alt kümelerinin içinde;

- a) 1 ve 7 bulunan
- b) 1 veya 7 bulunan
- c) 1 ya da 7 bulunan

kaç tane alt kümesi vardır?

Sen Çöz 48



Örnek 49

Aşağıdaki küme işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|--------------------|
| a) $A \cap \emptyset$ | b) $A \cup \emptyset$ | c) $A \cup A'$ |
| d) $A \cap A'$ | e) $A \cap E$ | f) $A' \cup E$ |
| g) $A - \emptyset$ | h) $\emptyset - A$ | ı) $\emptyset - E$ |
| i) $A' - A$ | j) $A' - E$ | k) $A - E'$ |



Sen Çöz 49



Örnek 50

Aşağıdaki küme işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

- a) $(A' - B) \cap (A' - B')$ b) $A' \cap [B' \cup (A \cap B)]$



Sen Çöz 50



Örnek 51

$A \cap B \neq \emptyset$ şeklinde olan A ve B kümeleri için

$$s(A) = 3s(B)$$

$$s(A - B) = 4 \cdot s(B - A)$$

olduğuna göre B kümesinin en az kaç elemanlı olduğunu bulunuz.



Sen Çöz 51



Örnek 52

$$s(M - N) = 6, s(N - M) = 7, s(M \cap N) = 32 \text{ ise}$$

$s(M \cup N)$ nin kaç elemanlı olduğunu bulunuz.



Sen Çöz 52

AYRIK KÜMELER

A ve B kümelerinin ortak elemanları yoksa yani $A \cap B$ boş küme ise bu iki kümeye **ayrık kümeler** denir.

Örnek 53

A ve B ayrık iki küme olsun.

$$s(A \cup B) = 16$$

$$s(A) - s(B) = 6 \text{ ise}$$

B kümesinin özalt küme sayısını bulunuz.

Sen Çöz 53

Örnek 54

$$s(A') = 12$$

$$s(B') = 10$$

$$s(A' \cap B') = 4$$

olduğuna göre $s(A' \cup B')$ değerini hesaplayınız.

Sen Çöz 54

ÖNERMELER MANTIĞININ KÜMELER İLE İLİŞKİSİ

Mantık	0	1	\vee	\wedge	'	\equiv
Kümeler	\emptyset	E	\cup	\cap	'	=

Kümelerde yapılan işlemler ile " \vee " bağlacının ilişkisi;

$p \vee 0 \equiv p$	$A \cup \emptyset = A$
$p \vee 1 \equiv 1$	$A \cup E = E$
$p \vee p \equiv p$	$A \cup A = A$
$p \vee p' \equiv 1$	$A \cup A' = E$
$p \vee q \equiv q \vee p$	$A \cup B = B \cup A$
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
$p \vee q \equiv 0 \text{ ise}$ $p \equiv 0 \text{ ve } q \equiv 0$	$A \cup B = \emptyset \text{ ise}$ $A = \emptyset \text{ ve } B = \emptyset$

Kümelerde yapılan işlemler ile " \wedge " bağlacının ilişkisi;

$p \wedge 0 \equiv 0$	$A \cap \emptyset = \emptyset$
$p \wedge 1 \equiv p$	$A \cap E = A$
$p \wedge p \equiv p$	$A \cap A = A$
$p \wedge p' \equiv 0$	$A \cap A' = \emptyset$
$p \wedge q \equiv q \wedge p$	$A \cap B = B \cap A$
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

Dikkate Al

$N \rightarrow$ Doğal sayılar

$Z \rightarrow$ Tam sayılar

$R \rightarrow$ Gerçek sayılar

$Q \rightarrow$ Rasyonel sayılar

$I \rightarrow$ İrrasyonel sayılar

KÜMELER İLE İLGİLİ PROBLEMLER



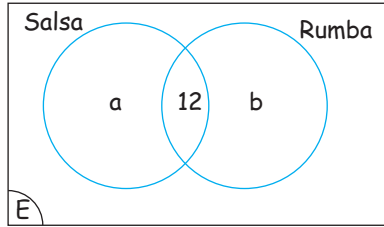
Örnek Soru

Bir dans kursunda salsa veya rumba dersine giden 42 kişi vardır. Bu kişilerden 12 tanesi her iki dans dersine de gitmektedir.

Salsa dersine gidenler gitmeyenlerin 5 katı olduğuna göre yalnız rumba dersine giden kaç kişi vardır?



Biz Çözdük



$$a + 12 = 5b$$

$$a + 12 + b = 42$$

$$a + b = 30$$

$$5b - 12 + b = 30$$

$$6b = 42$$

$$b = 7$$



Örnek 55

Bir kolejin 10. sınıfında toplam 90 öğrenci vardır. Bu öğrencilerden 15 kız İngilizce bilmekte, 20 erkek bilmemektedir.

İngilizce bilmeyen kızlar İngilizce bilen erkeklerin 2 katından 1 fazla ise bu sınıfta kaç kız vardır?



Sen Çöz 55



Örnek 56

Bir okulun 9. sınıfları arasında 25 kişi futbol, 20 kişi basketbol, 14 kişi voleybol oynamaktadır. Futbol ve voleybol oynayan 7 kişi, futbol ve basketbol oynayan 11 kişi, basketbol ve voleybol oynayan 8 kişi vardır.

Her üç sporla da uğraşan 4 kişi ve bu sporların hiçbirleriyle uğraşmayan 5 kişi olduğuna göre 9. sınıfların mevcudu kaçtır?



Sen Çöz 56

**Örnek 57**

Bir sınıftaki 30 öğrencinin %60 ı matematikten, %70 i fizikten başarılı olmuştur.

Her iki dersten başarısız olan öğrenci bulunmadığına göre yalnız fizikten başarılı kaç öğrenci vardır?

**Sen Çöz 57****Örnek 58**

Mizah dergisi ve gazete okuyan ve okumayanların olduğu bir binada en az birini okuyan 34, en çok birini okuyan 48 kişi vardır.

Her ikisini de okumayanlar her ikisini de okuyanların 3 katı ise bu binada kaç kişi vardır?

**Sen Çöz 58**

1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi küme belirtmez?

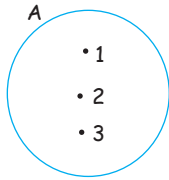
- A) Kolay sorular.
- B) Tam sayılar
- C) Negatif doğal sayılar.
- D) 1 ile 5 arasındaki gerçel sayılar
- E) Ankara Üniversitesi'nin öğrencileri

2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

kümesinin ortak özellik yöntemi ile gösterilen hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A = \{x \mid x > 0\}$
- B) $A = \{x \mid x = \text{"0 hariç rakamlar"}\}$
- C) $A = \{x \mid 0 < x < 10, x \in \mathbb{R}\}$
- D) $A = \{x \mid x = \text{"sayma sayıları"}\}$
- E) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}\}$

3.



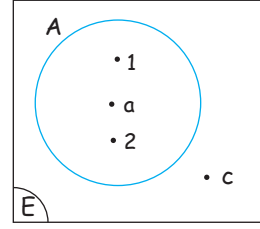
Yukarıda Venn şeması ile verilen A kümesi için;

- I. Eleman sayısı 3 tür.
- II. Doğal sayılardan oluşur.
- III. Elemanları tam sayılardır.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) I ve II
- D) I ve III
- E) I, II ve III

4.



Yukarıda Venn şeması ile gösterilen A kümesinin evrensel kümesi E olmak üzere bu kümelerle ilgili;

- I. $s(A) = 3$
- II. $s(E) = s(A)$
- III. $s(E) > s(A)$

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız III
- C) I ve II
- D) I ve III
- E) II ve III

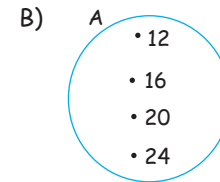
ÇİTA YAYINLARI

5. $E = \{x \mid x \leq 20, x \in \mathbb{N}\}$

N doğal sayılar kümesini temsil etmek üzere E evrensel kümesi yukarıdaki gibi veriliyor.

Buna göre, E evrensel kümesinin bir alt kümesi olan A kümesi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $A = \{x \mid 0 < x < 10, x \in \mathbb{N}\}$



C) $A = \{0, 4, 8, 12, 6, 20, 24, 26, 30\}$

D) $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 20, x \text{ bir gerçel sayı}\}$

E) $s(A) = 22$

6. • {Sesli harfler}
• {Haftanın günleri}
• {Türk dizileri}
• {Güzel anılar}
• {Pembe çiçekler}

Yukarıda verilen ifadelerden kaç tanesi küme belirtir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. ANSİKLOPEDİ kelimesini oluşturan harflerden oluşan K kümesi için,

I. $s(K) = 10$

II. $s(K) = 11$

III. $s(K) = 12$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

8. $A = \{\text{Mayıs ayında yetişen meyveler}\}$

$B = \{\text{Meyveler}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $B \subset A$ dır.

II. $A \subset B$ dir.

III. $A = B$

bilgilerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

9. ANADOLU kelimesini oluşturan harflerden oluşan A kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 16 B) 32 C) 64 D) 128 E) 256

10. Alt küme sayısı 16 olan küme aşağıdakilerden hangisidir?

A) $A = \{\text{"KALECİK" kelimesinin harfleri}\}$

B) $B = \{\text{"TEST KİTAPÇIĞI" kelimesinin sesli harfleri}\}$

C) $C = \{x \mid 0 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{N}\}$

D) $D = \{x \mid x = \text{"10 dan küçük 3 ile tam bölünen sayılar}\}$

E) $E = \{0, 1, \dots, 15\}$

11. $E = \{x \mid x \leq 10 \text{ ve } x \in \mathbb{N}\}$

ve $A \subset E$ olacak şekilde bir

$A = \{x \mid x \geq 5 \text{ ve } x \in \mathbb{N}\}$ kümesi tanımlanıyor.

Buna göre, $s(A')$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

12. $A = \{\text{"Polisiye romanlar"}\}$

$B = \{\text{"Yerli romanlar"}\}$

Yukarıda verilen A ve B kümeleri için;

I. $A' = \{\text{"Polisiye olmayan romanlar"}\}$

II. $B' = \{\text{"Yabancı romanlar"}\}$

III. $A' = \{\text{"Fantastik romanları"}\}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

1. $A = \{x: -2 < x < 4, x \in \mathbb{N}\}$
olarak verilen A kümesinin,
- Eleman sayısı
 - Alt küme sayısı
 - Öz alt küme sayısı
- değerleri toplamı kaçtır?
- A) 32 B) 33 C) 34 D) 35 E) 36

2. $A = \{a, b, 1\}$ ve $B = \{a, b, 1, 2, 3\}$
kümeleri veriliyor.
- A ve B kümelerinden farklı, kaç farklı C kümesi yazılabilir?
- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

3. $A = \{1, 2, 3\}$
kümesinin alt kümeleri aşağıdakilerden hangisinde tam olarak verilmiştir?
- A) $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$
B) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$
C) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \emptyset, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$
D) $\{1\}, \{\emptyset\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$
E) $\emptyset, \{1, 2, 3\}$

4. $A = \{1, 2, 3\}$
kümesinin öz alt kümeleri aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$
B) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$
C) $\{1\}, \{2\}, \{3\}$
D) $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$
E) $\{1, 2, 3\}$

5. $A = \{a, b, c, d, e\}$
kümesinin alt kümelerinden kaç tanesinde a eleman olarak bulunur?
- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

6. $A = \{a, b, c, d, e\}$
kümesinin alt kümelerinden kaç tanesi en az bir sesli harf içerir?
- A) 16 B) 24 C) 26 D) 30 E) 32

1. $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$
evrensel kümesi veriliyor.
A ve B bu evrensel kümenin alt kümeleri olmak üzere
 $A = \{b, c, e, f, g\}$, $B = \{a, b, d, e\}$
olarak tanımlanıyor.
Buna göre, $A' \cap B'$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{b, e\}$ B) $\{a\}$ C) \emptyset
D) $\{a, d\}$ E) $\{c, f, g\}$

2. $A - \{13, 14, 16, 17, 19\} = \{11, 12\}$
 $\{13, 14, 15, 18, 20\} - A = \{15, 18, 20\}$ ve
 $A \cup \{12, 13, 14, 15, 20\} = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 20\}$
veriliyor.
A kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\{11, 12, 14, 16, 17, 19\}$
B) $\{11, 12, 13, 14, 16, 17\}$
C) $\{11, 12, 13, 14, 16, 17, 19, 20\}$
D) $\{12, 13, 14\}$
E) $\{13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

3. A ve B kümeleri için $s(A) = 11$ ve $s(B) = 12$ olduğuna göre $A \cup B$ kümesinin eleman sayısının en küçük ve en büyük değerleri toplamı kaçtır?
A) 31 B) 32 C) 33 D) 34 E) 35

4. A, B, C kümeleri için

$$\bullet A \subset C$$

$$\bullet B \cap C = \emptyset$$

bilgileri veriliyor.

Buna göre,

$$\text{I. } A \cap B = \emptyset$$

$$\text{II. } B \subset A'$$

$$\text{III. } A \subset (B \cap C)$$

$$\text{IV. } (B \cup C)' \subset A'$$

$$\text{V. } A \cap (B \cap C)' = \emptyset$$

ifadelerinden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇİTA YAYINLARI

5. A ve B kümeleri için

$A \not\subset B$, $A \cap B \neq \emptyset$ için $s(A) = 11$ ve $s(B) = 12$ olmak üzere

$A \cup B$ kümesinin eleman sayısının alabileceği en küçük ve en büyük değerler toplamı kaçtır?

- A) 31 B) 32 C) 33 D) 34 E) 35

6. E evrensel kümesinin iki tane alt kümesi ve A ve B olmak üzere,

$$\text{I. } (A \cap A') \cap [(B \cup \emptyset) \cup (A \cup \emptyset)]' = \emptyset$$

$$\text{II. } (A \cup A') \cup [(\emptyset - B)' \cap (A - \emptyset)]' = E$$

$$\text{III. } (A - E) \cup [(\emptyset \cup B) \cap (A \cup B)] = B$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

1. A ve B kümeleri için $B \subset A$ olduğu biliniyor.

O halde,

$$[B \cup (A' - B')] - A'$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A' B) $A \cup B$ C) $A \cap B$
D) B E) B'

2. A ve B kümeleri için

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) \text{ olarak tanımlanıyor.}$$

Buna göre,

I. $A \Delta B = A \cup B$

II. $A \Delta B = (A - B)$

III. $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) Yalnız III E) II ve III

3. A, B ve C kümeleri aynı E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere,

$$A = (B \cap C) \text{ bilgisi veriliyor.}$$

Buna göre

$$[A \cap (B \cup A')] \cup (C' \cap B')$$

kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) E B) \emptyset C) $A \cap B$
D) $A \cup B$ E) $B \cap C$

4. A, B ve C kümeleri aynı E evrensel kümesinin alt kümeleri olmak üzere;

$$\bullet A = (B \cup C)$$

$$\bullet B \cap C \neq \emptyset$$

bilgileri veriliyor.

Buna göre, $s(A)$ en az kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. A ve B kümeleri için

$$s(A \cup B) = 13, \quad s(A' \cup B) = 10$$

olduğuna göre,

$$s(A \setminus B) - s(A' \cap B')$$

kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

6. E evrensel kümesinin iki tane alt kümesi A ve B olmak üzere,

$$s(A' \cap B) = 8, \quad s(A \cap B) = 3 \text{ ve}$$

$$s(E) = 20 \text{ olduğuna göre}$$

$s(E) - s(B)$ kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

1. $[(A' - B') \cup (A - B)] \cap [B' \cap (A \cap B)']$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A \cup B$ B) A' C) B'
D) $B - A$ E) $A - B$

2. p önermesi A kümesine, q önermesi ise B kümesine karşılık gelmek üzere

$$(p' \wedge q) \vee [q \wedge (p' \wedge q)']$$

bileşik önermesinin karşılığı olan küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A B) $A \vee B$ C) B
D) $A \wedge B$ E) $A - B$

3. A ve B kümeleri aynı evrensel kümenin alt kümeleri olmak üzere,

$$\bullet s(A - B) + s(A \cap B) = s(B - A)$$

$$\bullet s(A \cap B) = 2 \cdot s(A' \cap B')$$

$$\bullet s(A \cup B) = 14 \text{ ve } s(A - B) = 3$$

bilgileri veriliyor.

Buna göre, $s(A' - B)$ kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4. İki kümenin karşılıklı farklarının birleşimine D kümesi dersek

$$\bullet A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) \text{ olur.}$$

$$\bullet s(A \Delta B) = 3 \cdot s(A \cap B) \text{ dir.}$$

$B - A$ kümesinin eleman sayısı $A - B$ kümesinin eleman sayısından 1 fazladır.

$$\bullet s(A \cup B) = 12 \text{ dir.}$$

Bu bilgiler ışığında A kümesinin özalt küme sayısı kaçtır?

- A) 31 B) 63 C) 127 D) 255 E) 511

5. $A = \{x \mid 15 \leq x \leq 200, x = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$

olarak verilen A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 58 B) 59 C) 60 D) 61 E) 62

6. $12 < x < 99$ şartını sağlayan doğal sayılardan kaç tanesi 4 ile bölünür?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

1. 21 kişilik bir sınıfta matematik veya geometri dersinden başarılı öğrenciler bulunmaktadır.

Eğer 15 öğrenci matematikten, 17 öğrenci de geometriden başarılı ise her iki dersten başarılı olan öğrenci sayısı kaçtır?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

2. Bir müzik kursuna devam eden 39 öğrenci vardır. Bu kursa devam eden öğrencilerden 28 tanesi gitar çalabilmekte, 16 tanesi ise piyano çalabilmektedir. 5 öğrenci ise henüz hiçbir enstrüman çalamamaktadır.

O halde, bu kursta hem piyano hem de gitar çalabilen kaç öğrenci vardır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

3. Bahçeli evlerin olduğu bir mahallede, evlerin bahçelerine gül veya laleden en az birer tanesi dikilmiştir. Güller, bahçelerin % 92 sine dikilmiş, laleler bahçelerin % 40 ına dikilmiştir.

Bu mahallede yalnızca lale dikilen 2 bahçe olduğuna göre yalnızca gül dikilen kaç bahçe vardır?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

4. Yabancı dil kursuna giden öğrenciler İngilizce, Almanca ve İspanyolca dillerinden en az birini konuşabilmektedir. İspanyolca konuşanlar, İngilizce veya Almanca konuşmamaktadır. Almanca konuşanlar aynı zamanda İngilizce de konuşabilmektedir.

Bu kursa giden 18 öğrenci sadece bir dil konuşabilmekte ve 4 öğrenci sadece iki dil konuşabilmektedir.

Buna göre bu kursa giden öğrenci sayısı kaçtır?

A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

5. Bir yarışma programında 3 oyun vardır. Her bir yarışmacı bu 3 oyunu da oynamalıdır. Bu yarışma programına katılan 16 yarışmacıdan 14 tanesi en az iki oyunda başarılı, 12 tanesi ise en çok iki oyunu oyunda başarılıdır.

Buna göre bu üç oyundan sadece iki tanesinde başarılı olanların sayısı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

6. Bir haber ajansında çalışan 40 kişiden her biri haberleri, TV, internet ve günlük gazeteden takip ediyorlar. Haberleri bu üçünden takip edenlerin sayısı 8 dir. Yalnızca TV den, yalnızca internetten ve yalnızca günlük gazeteden takip edenlerin sayısı eşittir.

Eğer 13 kişi haberleri internetten ve TV den, 8 kişi TV den ve günlük gazeteden, 14 kişi de internetten ve günlük gazeteden takip ediyorsa, internetten takip eden kişi sayısı kaçtır?

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

1. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin iki elemanlı tüm alt kümeleri yazılıyor.

Örneğin, bu alt kümelerden bir tanesi $\{1, 2\}$ dir.

Bu alt kümelerin her birinin elemanları toplamı ayrı ayrı hesaplanıyor ve bu hesaplanan sayılarla B kümesi oluşturuluyor.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

2. A ve B kümelerinin eleman sayılarıyla ilgili

• $s(A - B) = s(B - A) = 2s(A \cap B)$

• $s(A \cup B) = 65$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 30 B) 39 C) 42 D) 45 E) 64

3. $A = \{x \mid -3 < 2x < 7, x \in \mathbb{R}\}$

şeklinde tanımlı kümenin elemanları ,

3 - x ifadesinin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

4. Bir kümenin eleman sayısının iki katı o kümenin bir elemanı ise bu kümeye "güzel küme" denir.

Buna göre;

I. $\{3, 6, 9\}$

II. $\{2, 4\}$

III. $\{1\}$

kümelerinden hangileri güzel kümedir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I- II ve III

5. İki basamaklı AB sayıları X kümesini, iki basamaklı BA sayıları ise Y kümesini oluşturduğuna göre $s(X) + s(Y)$ kaçtır?

- A) 90 B) 100 C) 120 D) 150 E) 180

6. İki basamaklı AB sayılarından oluşan A kümesinin elemanlarından sadece çift elemanlarından sadece çift sayı olanları alınıp yeni bir B kümesi oluşturuluyor.

Bu B kümesinin de rakamları aynı olan elemanları alınıp bir C kümesi oluşturuluyor.

O halde C kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1. • A harfi ile başlayan iller kümesi A,
• A harfiyle biten iller kümesi B,
• 5 harfi iller kümesi C ile gösterilmiştir.

Buna göre,

$D = \{\text{ANKARA, ADANA, BURSA, AYDIN, MUĞLA, AĞRI}\}$ kümesinin elemanlarından kaç tanesi

$[C \cap (A \cup B)] \setminus (A \cap B)$ kümesinin bir elemanıdır?

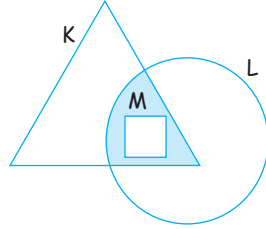
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Yanda Venn şemasında

• 3 ile kalansız bölünebilen tam sayıları kümesi K,

• 4 ile kalansız bölünebilen tam sayılar kümesi L,

• 24 ile kalansız bölünebilen tam sayılar kümesi M ile gösterilmektedir.



Buna göre,

- I. 18
II. 36
III. 48

sayılarından hangileri boyalı bölge ile gösterilen kümenin bir elemanıdır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I ve III

3. $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 12, x \in \mathbb{N}\}$

şeklinde tanımlanan A kümesinin elemanlarının 2 fazlalarını eleman olarak kabul eden küme B kümesidir.

B kümesinin elemanlarının toplamı, A kümesinin elemanlarının toplamından kaç fazladır?

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 26 E) 28

4. Ateş, 56 dan başlayarak ileriye doğru altışar altışar sayarak söylediği bütün iki basamaklı sayıları A kümesinin elemanları olarak yazmaktadır.

Beren ise A kümesinin en büyük elemanından başlayarak geriye doğru onikişer onikişer sayarak söylediği bütün iki basamaklı sayıları B kümesinin elemanları olarak yazıyor.

Buna göre $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. 4 basamaklı sayılardan oluşan şifreleri için bir sistem oluşturmaya çalışan Mert'in toplam 16 tane şifresi vardır. İçinde 4 rakamı bulunan şifrelerinin sayısı 11, içinde 2 rakamı bulunan şifrelerinin sayısı 7 dir. 2 ve 4 rakamlarını çok sevdiği için her şifresinde bu rakamlardan en az birini kullanmıştır.

Buna göre Mert'in 2 ve 4 rakamını aynı anda içeren kaç tane şifresi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. I. İzmit ilinin bir haftalık sıcaklık değerleri,
II. "İskender" kelimesinin harfleri
III. Çift tam sayılar

Yukarıda verilen kümelerden hangilerinden kesim kümesi yazılabilir?

- A) I ve II B) I ve III C) II ve III
D) Hepsi E) Hiçbiri

1. p ve q önermeleri sırasıyla A ve B kümeleri ile ilişkilidir.

Buna göre,

$$(p \vee q)' \wedge (p \wedge q)$$

önermesinin A ve B kümeleri cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A \cup B$ B) $A \cap B$ C) A
D) E E) \emptyset

2. A ve B kümeleri sırasıyla p ve q önermeleri ile ilişkilidir.

Buna göre,

$$(A \cup \emptyset)' \cup (B \cap E)$$

işleminin sembolik mantıkla ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) q B) p C) $p \vee q$
D) $p \wedge q$ E) $p \Rightarrow q$

3. A ve B kümeleri sırasıyla p ve q önermeleri ile ilişkilidir.

Buna göre,

$$(A' - B) \cup (B' \cap E)$$

işleminin sembolik mantıkla ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) q C) p'
D) q' E) $p \wedge q$

4. p ve q önermeleri sırasıyla A ve B kümeleri ile ilişkilidir.

Buna göre,

$$(q' \Rightarrow p)'$$

önermesine karşılık gelen ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A' \cap B$ B) $A \cup B$ C) $A \cap B'$
D) $A' \cap B'$ E) $A \cup B'$

5. I. \emptyset nin sembolik mantıktaki karşılığı 0 dir.
II. E nin sembolik mantıktaki karşılığı 1 dir.
III. " \vee " bağlacının kümelerdeki karşılığı " \cap " dir.

Yukarıda verilen yargılardan hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

6. p ve q önermelerinin kümelerdeki karşılığı A ve B kümeleridir.

$$(p' \Rightarrow q) \vee (p \wedge q)$$

önermesinin karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $B - E$ B) A C) $A \cap B$
D) $A \cup B$ E) A'

1. Bir çiçekçiye bulunan gül, papatya ve krizantem çiçeklerinden demetler yapan çiçekçi bu demetlerde bu üç çiçek çeşidinden başka çiçek kullanmamıştır.

Bu çiçeklerin en az ikisini kullanarak yaptığı demet sayısı 15, en çok ikisini kullanarak yaptığı demet sayısı 17 dir.

Bu çiçeklerin üçünü birden kullanarak yaptığı demet sayısı 1 olduğuna göre, tek bir tane çiçek kullanarak yaptığı demet sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 9

2. Bir spor kulübünde voleybol oynayan kadın sporcuların sayısı voleybol oynayan erkek sporcuların sayısının 3 katı, voleybol oynamayan erkeklerin sayısı, voleybol oynayan erkeklerin sayısından 7 fazladır.

Bu spor kulübünde voleybol oynamayan kadın sporcu sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. 30 kişilik bir ekipte herkes bilgisayar kullanmayı bilmektedir.

Bilgisayar ve 3D yazıcıdan en az ikisini kullanmayı bilenler 13 kişi olduğuna göre, bu iki aletten sadece birini kullanmayı bilen kaç kişi vardır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 17 E) 18

4. 33 dairelik bir apartmanda 15 daireye gazete, 14 daireye dergi ve 18 daireye spor gazetesi alınmaktadır.

Gazete ve dergi alınan 4 daire, gazete ve spor gazetesi alınan 5 daire, dergi ve spor gazetesi alınan 6 daire olduğuna göre bu apartmanda her üçünü de alan kaç daire vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. 55 kişilik bir sınıfta 10 öğrenci okula zamanında geldiği halde kitaplarını evde unutmuştur. 20 öğrenci ise kitaplarını unutmadığı halde okula geç gelmiştir.

Hem okula zamanında gelip hem de kitaplarını unutmayanlar, okula geç gelip kitaplarını da unutanların 4 katı olduğuna göre, bu sınıfta kaç öğrenci okula kitaplarını unutmadan zamanında gelmiştir?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 28

6. 30 öğrencinin bulunduğu bir dans kursundaki öğrenciler modern dans, bale ve hip-hop danslarından en az birine devam etmektedirler. Bu öğrencilerden 8 tanesi bale, 15 tanesi hip-hop dansına gitmektedirler.

Bale kursuna giden her öğrenci modern dans kursuna da gittiğine ve hip-hop kursu ile bale kursu aynı saatte olduğuna göre, sadece modern dans kursuna devam eden kaç öğrenci vardır?

- A) 7 B) 8 C) 10 D) 12 E) 13

1. Bir bilgisayar kursundaki öğrenciler C#, Java ve Python dillerinden en az birini öğrenmektedir. Her bir dil için oluşan öğrenci kümesi sırasıyla p, q ve r önermelerine karşılık gelmektedir.

Buna göre Python ve Java bilip C# bilmeyen öğrencilerin kümesinin sembolik mantığa göre ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p' \wedge (p \vee r)$ B) $p' \wedge (q \vee r')$
 C) $p' \vee (q \wedge r)$ D) $p \wedge (q' \vee r)$
 E) $(p \wedge q) \vee r$

2. 36 kişilik bir topluluktaki kişilerin $\frac{1}{4}$ i gözlük, $\frac{1}{3}$ i şapka takmaktadır.

Her ikisini de takan 5 kişi olduğuna göre ikisini de takmayan kaç kişi vardır?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 27

3. Sarışın veya esmer öğrencilerden oluşan bir okulda erkek öğrenci 130 ve sarışın öğrenci sayısı 150 dir.

Okuldaki esmer erkek öğrenci sayısı, sarışın kız öğrenci sayısının 2 katından 50 eksik olduğuna göre, okulda kaç tane sarışın erkek öğrenci vardır?

- A) 122 B) 121 C) 120 D) 119 E) 118

4. Koleksiyonerlerden oluşan ve topluluktaki bireyler Rolls Royce veya Jaguar arabalarının bire bir kopyalarının en az birini toplamaktadırlar.

Rolls Royce model arabası olmayan 11 kişi, Jaguar model arabası olmayan 13 kişi vardır.

Her ikisine de sahip olan 5 kişi olduğuna göre bu koleksiyonerler topluluğu kaç kişidir?

- A) 24 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

5. Bir eliş kursundaki öğrencilerden her biri dikiş, nakış veya resim kurslarına katılmaktadır. Nakış ve resim kursu aynı saatte verilmektedir. Sadece dikiş kursu alan 6 kişi vardır.

Sadece nakış kursuna katılanlar sadece resim kursuna katılanlardan 3 fazla ve iki kursa katılanların sayısı sadece bir kursa katılanların sayısına eşittir.

Buna göre, 38 kişinin gittiği bu kursta kaç kişi dikiş kursuna katılmaktadır?

- A) 17 B) 19 C) 21 D) 23 E) 25

6. Bir sınıftaki öğrenciler hakkında aşağıdaki bilgiler bilinmektedir.

• Bu sınıfta matematikten geçen kızların sayısı, matematikten geçemeyen erkeklerin sayısından 6 fazladır.

• Bu sınıfta matematikten geçemeyen kızların sayısı, matematikten geçen erkeklerin sayısından 3 fazladır.

33 kişinin olduğu bu sınıfta matematikten geçen kaç kişi vardır?

- A) 16 B) 17 C) 19 D) 21 E) 25

İKİ KÜMENİN KARTEZYEN ÇARPIMI

Sıralı İkili

Boş kümeden farklı A ve B kümeleri için A kümesinden alınan a elemanı ile B kümesinden alınan b elemanının (a, b) şeklinde yan yana yazılarak gösterilen ifadesine **sıralı ikili** denir.



Dikkate Al

a ve b elemanları birbirinden farklı ise (a, b) ve (b, a) sıralı ikilileri birbirinden farklıdır.

SIRALI İKİLİLERİN EŞİTLİĞİ

$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow a = c$ ve $b = d$ olur.



Örnek Soru

$$(3, 3y + 6) = (2x - 3, -12)$$

eşitliğini sağlayan x ve y sayılarını bulunuz.



Biz Çözdük

$$3 = 2x - 3 \Rightarrow 2x = 6$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$3y + 6 = -12 \Rightarrow 3y = -18$$

$$y = -6$$



Örnek 59

a^2 ve $|b|$ sayılarından oluşturularak sıralı ikilinin 1 ve 4 sayılarından oluşturulacak sıralı ikiliye eşit olması durumunda a + b nin alabileceği değerleri bulunuz.



Sen Çöz 59

KARTEZYEN ÇARPIM KÜMESİ

A ve B kümeleri için ilk bileşeni A kümesinden, ikinci bileşeni B kümesinden alınan elemanlardan oluşan kümeye A kartezyen çarpım B kümesi denir ve $A \times B$ şeklinde gösterilir.

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

Özellikler

- $A \times B \neq B \times A$
- $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$
- $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
 $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
 $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$
- $A \times \emptyset = \emptyset$
- $A \times B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$ veya $B = \emptyset$



Örnek Soru

$$A = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$C = \{3, 4, 5\}$$

olduğuna göre,

$$(A \times B) \cap (A \times C)$$

kümesinin eleman sayısı kaçtır?



Biz Çözdük

$$(A \times B) \cap (A \times C) = A \times (B \cap C)$$

$A \times (B \cap C)$ kümesinin eleman sayısı

$$A \times (B \cap C) = s(A) \cdot s(B \cap C)$$

$$= 4 \cdot 3 = 12 \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, a\}$$

$$B = \{b, -3\}$$

kümeleri verilsin.

$A \times B$ kümesini bulunuz.

Biz Çözdük

$$A \times B = \{(1, b), (1, -3), (2, b), (2, -3), (3, b), (3, -3), (a, b), (a, -3)\}$$

Örnek Soru

$$A = \{1, 2, 3, a\}$$

$$B = \{b, -3\}$$

kümeleri veriliyor.

$B \times A$ kümesini bulunuz.

Biz Çözdük

$$B \times A = \{(b, 1), (b, 2), (b, 3), (b, a), (-3, 1), (-3, 2), (-3, 3), (-3, a)\}$$

Dikkate Al

A ve B kümeleri aynı kümeler olmadığı sürece

$$A \times B \neq B \times A$$

Unutma!

A veya B kümesi eğer boş bir küme ise kartezyen çarpımın sonucu da boş kümedir.

Mesela $A = \emptyset$ olsun.

$$\emptyset \times B = B \times \emptyset = \emptyset \text{ olur.}$$

Örnek Soru

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

kümeleri veriliyor.

$A \times B$ kümesinin eleman sayısını bulunuz.

Biz Çözdük

$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$$

$A \times B$ kümesinin eleman sayısı $2 \cdot 3 = 6$ dir.

Unutma!

Bir önceki soruda dikkatini çekmiştir.

$A \times B$ nin eleman sayısını bulmak için

$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$ eşitliğini kullanmalıyız.

Dikkate Al

A ve B farklı kümeler olmak üzere

$A \times B \neq B \times A$ olurken

$s(A \times B) = s(B \times A)$ dir.

Örnek 60

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{1, 2\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre $A \times B$ ve $B \times A$ kümelerinin eleman sayılarını bulunuz. Bu sayılar arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

Sen Çöz 60

Örnek 61

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesi veriliyor.

$A \times A$ kümesinin elemanlarından kaç tanesinin birinci bileşeni ikinci bileşeni ile aynıdır?

Sen Çöz 61

1. $A \times B = \{(1, a), (2, a), (3, a), (1, b), (2, b), (3, b)\}$
 $C \times D = \{(4, m), (5, m), (4, n), (5, n), (4, k), (5, k)\}$
 kümeleri veriliyor.

Aşağıdaki elemanlardan hangisi $A \times D$ kümesinin bir elemanı değildir?

- A) (m, 1) B) (2, n) C) (1, m)
 D) (3, m) E) (2, k)

2. A ve B kümeleri veriliyor.

$s(A \times B) = 64$ ise A ve B kümelerinin eleman sayıları toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 5 B) 16 C) 20 D) 34 E) 65

3. $A = \{x \mid -1 < x < 10, x \in \mathbb{Z}\}$

$$B = \{x \mid x < 10 \text{ ve } x \text{ asal sayı}\}$$

kümeleri veriliyor.

- I. (1, 1) elemanı $A \times B$ kümesinin elemanıdır.
 II. (3, 7) elemanı $A \times B$ kümesinin elemanıdır.
 III. (7, 1) elemanı $B \times A$ kümesinin elemanıdır.

Yukarıdaki yargılardan hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
 D) I ve III E) Hepsi

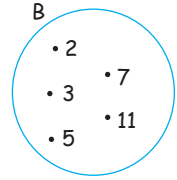
4. $(8^{x-2}, 81) = (64, 3^{1-2y})$

eşitliğinde $x - 2y$ nin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

5. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ veriliyor.

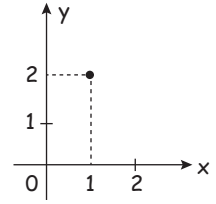
Venn şemasıyla gösterilen B kümesi de veriliyor.



$A \times B$ kümesinin alt kümelerinden kaç tanesinde (1, 5) elemanı vardır?

- A) 2^{23} B) 2^{24} C) 2^{25} D) 2^{26} E) 2^{27}

6. Analitik düzlemdeki noktalar sıralı ikililer şeklinde gösterilir. Örneğin (1, 2) noktasının analitik düzlemdeki yeri



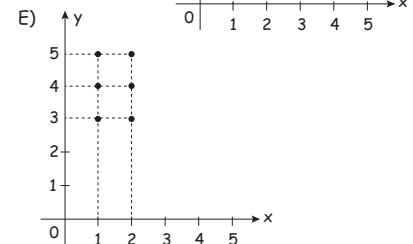
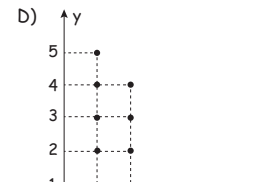
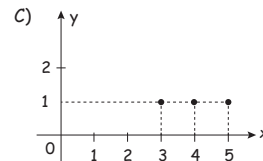
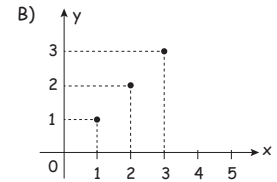
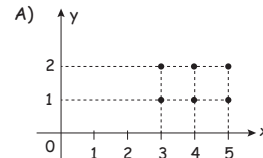
şeklindedir. Grafikte görüldüğü üzere ilk bileşen daima x ekseninde, ikinci bileşen ise daima y ekseninde bulunur.

Yukarıdaki açıklamaya göre

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{3, 4, 5\}$$

kümelerinin kartezyen çarpımı olan $A \times B$ kümesinin elemanlarının analitik düzlemde gösterilmiş hali aşağıdakilerden hangisidir?





Yeni Nesil Sorular

1. a^n : n kenarlı bir düzgün çokgenin kenar sayısının, içerisine yazılan a doğal sayısının kuvveti olarak yazılmasıyla elde edilen değer olarak tanımlanır.

Örneğin; $\boxed{3} = 3^4 = 81$ gibi...

{1, 8, 16, 27, 81, 32}

kümesinin elemanlarının  içerisine yazılması ile elde edilen sayılar kümesi A,  sembolü içerisine yazılması ile elde edilen sayılar kümesi B,

ile gösterilmektedir.

Buna göre, $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Ali: Elemanları doğal sayılar kümesinin en küçük elemanları olan üç elemanlı A kümesini yazıyor.

Can: $B = \{x: x < 5 \ x \in \mathbb{N}\}$ kümesini ortak özellik yöntemi ile ifade ediyor.

Hakan: Can'ın kümesinin herhangi bir alt kümesi olan kümeyi seçip C kümesini oluşturuyor.

$s(A \cap C) = 1$

olacak şekilde Hakan kaç farklı C kümesi yazabilir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

3.  Ali: İki basamaklı 3 ile tam bölünen doğal sayıları birer karta yazıp A torbasına atıyor.



Can: İki basamaklı 4 ile tam bölünebilen doğal sayıları birer karta yazıp B torbasına atıyor.



Hakan: Ali ve Can'ın torbalarından 3 ve 4 ile tam bölünen doğal sayıları alıp geri kalanları torbalarında bırakıyor.

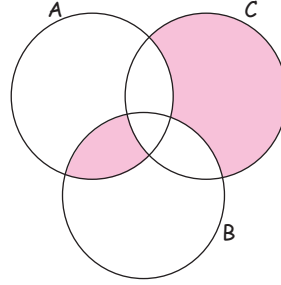
Buna göre, Hakan işlemini tamamladığında A ve B torbalarında kağıtlara yazılı kaç sayı kalmıştır?

- A) 50 B) 48 C) 42 D) 38 E) 36

4. Aşağıdaki Venn şemasında

- A harfi ile başlayan iller kümesi A
- A harfi ile biten iller kümesi B
- 4 harfli iller kümesi C

ile gösterilmektedir.



Buna göre,

{ARTVİN, ANKARA, ANTALYA, AMASYA, AĞRI, AFYON, RİZE, ORDU, SAMSUN, KARS, VAN}

kümesinin elemanlarından kaç tanesi şekildeki boyalı bölgenin elemanıdır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. n bir doğal sayı olmak üzere

$$A_n = \{x: -n \leq x \leq n, x \in \mathbb{R}\}$$

olarak tanımlanıyor.

Örneğin; $A_4 = \{x: -4 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{R}\}$

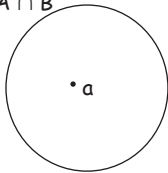
$$= [-4, 4]$$

gibi ...

Buna göre, $A_5 \cap A_7$ kümesinin sayı doğrusu üzerindeki gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

Sen Çöz

1. 64 2. 9 3. $q = r$
 4. a) 0 b) 1 c) 0 5. $5 + (-2)^3 \leq 10$
 6. a) $p \equiv 1, q \equiv 1$
 b) $p \equiv 1, q \equiv 0$
 c) $p \equiv 0, q \equiv 1, r \equiv 0$
 d) $p \equiv 0, q \equiv 1, r \equiv 0$
 7.
 8. a) $(p \wedge q) \vee (p' \wedge q)$ b) 1 9. 1 10. 0
 11. b ve c 12. I ve II 13. 1, 0, 1, 1 14. 1
 15. q 16. 1 17. $q \wedge (p \wedge r)$ 18. 0
 19. Doğrudur 20. "Ali ödevlerini yapar ve sınıfını geçemez."
 21. a) 1 b) 1 c) 1 22. $p \equiv 0, q \equiv 1, r \equiv 1$
 23. $(q' \wedge p) \Rightarrow (r' \vee p')$ 24. a) 1 b) 1 c) 1
 25. 1 26. I ve III 27. 3 tane totoloji, 2 tane çelişki
 28. 1
 29. 0, 0, 1 30. a) 0 b) 1 c) 0
 31. a) $\forall x, y \in Z$ için $2x - y \neq \frac{x}{y}$
 b) $\exists n \in Z, 2n$ çift sayı değildir veya $(2n)^2$ çift sayı değildir.
 32. a) Öznel bir yargı belirttiği için küme belirtmez.
 b) Nesnel bir yargı belirttiği için küme belirtir.
 c) Nesnel bir yargı belirttiği için küme belirtir.
 33. \emptyset 34. Sonsuz küme 35. YDDDDYDD
 36. a) 16 b) 2^{16} c) $2^{16} - 1$ 37. 1
 38. a) 4 b) 3 c) 2 39. 32 40. 24
 41. $A \cap B = \{a\}$  42. 8
 43. $A \cap B = \{9 - A \text{ sınıfındaki gözlüklü sarışın kız öğrenciler}\}$
 44. a) 18 b) 13 45. a) 10 b) 8
 46. $A \cap B$ 47. a) 64 b) 64 c) 32 d) 32 e) 16
 48. a) 32 b) 96 c) 64
 49. a) $A \cap \emptyset = \emptyset$ b) $A \cup \emptyset = A$ c) $A \cup A' = E$
 d) $A \cap A' = \emptyset$ e) $A \cap E = A$ f) $A' \cup E = E$
 g) $A - \emptyset = A$ h) $\emptyset - A = \emptyset$ i) $\emptyset - E = \emptyset$
 j) $A' - A = A'$ k) $A' - E = A$
 50. a) \emptyset b) $A' \cap B'$ 51. 3 52. 45 53. 31
 54. 18 55. 52 56. 42 57. 12
 58. 55 59. $\{-5, -3, -1, 1, 3, 5\}$ 60. Eşittir
 61. 6

MANTIK

TEST 1	1. B	2. E	3. A	4. E	4. B	6. D
	7. D	8. D	9. A	10. B	11. E	12. C
TEST 2	1. E	2. B	3. A	4. C	5. C	6. E
	7. E	8. C	9. A	10. C	11. B	12. A
	13. E	14. A				
TEST 3	1. E	2. E	3. A	4. A	5. C	6. B
	7. A	8. D	9. A	10. B	11. E	12. A
TEST 4	1. E	2. B	3. C	4. D	5. A	6. D
	7. C	8. C	9. A	10. D	11. B	12. E
TEST 5	1. D	2. A	3. B	4. A		
YENİ NESİL	1. D	2. A				

KÜMELER

TEST 6	1. A	2. B	3. E	4. D	5. A	6. D
	7. A	8. B	9. C	10. B	11. C	12. C
TEST 7	1. D	2. A	3. C	4. A	5. D	6. B
TEST 8	1. C	2. B	3. E	4. C	5. E	6. E
TEST 9	1. D	2. D	3. A	4. B	5. B	6. D
TEST 10	1. D	2. A	3. D	4. C	5. E	6. A
TEST 11	1. D	2. B	3. A	4. E	4. B	6. D
TEST 12	1. A	2. B	3. E	4. C	5. E	6. D
TEST 13	1. C	2. B	3. D	4. E	5. B	6. B
TEST 14	1. E	2. E	3. D	4. D	5. C	6. D
TEST 15	1. A	2. D	3. D	4. A	5. C	6. A
TEST 16	1. A	2. C	3. C	4. E	5. E	6. B
TEST 17	1. A	2. A	3. C	4. E	5. B	6. E
YENİ NESİL	1. B	2. C	3. E	4. C	5. A	