

FONKSİYONLAR	3
FONKSİYON KAVRAMI	3
Test - 1	7
FONKSİYON ÇEŞİTLERİ	9
İçine Fonksiyon	9
Örten Fonksiyon	10
Bire Bir Fonksiyon	12
Birim Fonksiyon	13
Sabit Fonksiyon	13
Sıfır Fonksiyonu	14
Doğrusal Fonksiyon	15
Tek - Çift Fonksiyon	16
Eşit Fonksiyonlar	17
Parçalı Fonksiyonlar	18
Mutlak Değer Fonksiyonu	19
Test - 2	21
Test - 3	23
FONKSİYONLARDA İŞLEMLER	25
Test - 4	28
Test - 5	30
TERS FONKSİYON	32
BİLEŞKE FONKSİYON	36
Test - 6	38
Test - 7	40
Test - 8	42
FONKSİYON GRAFİKLERİ	44
Test - 9	47
TARAMA TESTLERİ	50
Test - 10	50
Test - 11	52
Yeni Nesil Sorular	54
Cevap Anahtarı	64

FONKSİYONLAR

Fonksiyon Kavramı

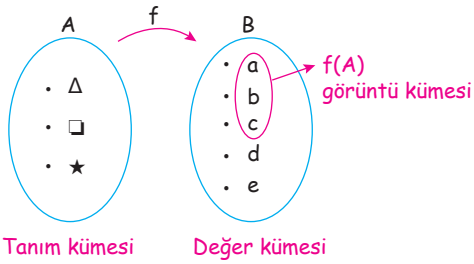
A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere; A kümesinin her bir elemanını B kümesinin sadece bir elemanına eşleyen ilişkiye (bağıntıya) **fonksiyon** denir.

$$f: A \rightarrow B$$

ifadesinde A'ya f fonksiyonunun **tanım kümesi**, B'ye f fonksiyonunun **değer kümesi** denir.

A kümesinin her bir elemanının B kümesinde eşleştiği elemanların oluşturduğu kümeye **görüntü kümesi** denir.

Örneğin;



Örnek Soru

$$A = \{a, b, c, d\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7\}$$

A'dan B'ye tanımlanan aşağıdaki bağıntılardan hangileri fonksiyon belirtir?

$$f = \{(a, 4), (b, 5), (c, 4), (c, 6), (d, 7)\}$$

$$g = \{(a, 4), (b, 5), (c, 6)\}$$

$$h = \{(a, 5), (b, 7), (c, 4), (d, 6)\}$$

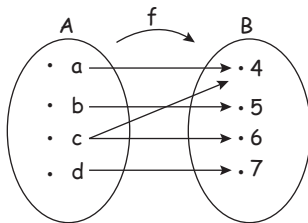
$$t = \{(a, 7), (b, 5), (c, 6), (d, 7)\}$$

A) Yalnız h B) h ve t C) g ve h

D) g, h ve t E) f, g, h ve t

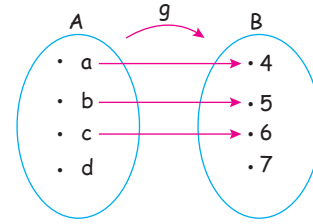
Biz Çözdük

$$f = \{(a, 4), (b, 5), (c, 4), (e, 6), (d, 7)\}$$



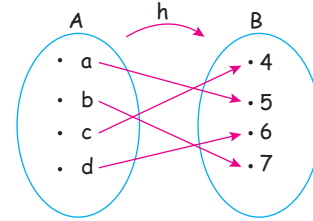
Tanım kümesindeki her bir elemanın sadece bir tane görüntüsü olmalıdır. Tanım kümesindeki "c" elemanı hem 4 hem de 6 ile eşleştiğinden f bağıntısı bir fonksiyon belirtmez.

$$g = \{(a, 4), (b, 5), (c, 6)\}$$



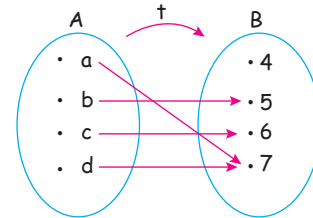
Tanım kümesinde açıkta eleman kalırsa bağıntı fonksiyon belirtmez. Tanım kümesindeki "d" elemanı g bağıntısı altında B kümesinde hiçbir elemanla eşleşmediğinden g bir fonksiyon belirtmez.

$$h = \{(a, 5), (b, 7), (c, 4), (d, 6)\}$$



A kümesindeki her eleman B kümesinde yalnız bir elemanla eşleştiğinden h bağıntısı bir fonksiyon belirtir. $h(a) = 5$ $h(b) = 7$ $h(c) = 4$ $h(d) = 6$

$$t = \{(a, 7), (b, 5), (c, 6), (d, 7)\}$$



Tanım kümesinde açıkta eleman kalmamış ve tanım kümesindeki her bir eleman B'de tek bir eleman ile eşleştiğinden t bağıntısı bir fonksiyon belirtir.

Değer (yani B) kümesinde açıkta eleman kalması fonksiyonu etkilemez.

$$t(a) = 7 \quad t(b) = 5 \quad t(c) = 6 \quad t(d) = 7$$

Cevap: B

Fonksiyon Olma Şartı

Bir A kümesinden B kümesine tanımlı f bağıntısının A'dan B'ye bir fonksiyon olabilmesi için;

I. Tanım kümesinde (yani A kümesinde) eşleşmeyen eleman kalmayacak

II. Tanım kümesinin (A kümesinin) her elemanı değer kümesinin (B kümesinin) yalnız bir elemanı ile eşleşecek.

Dikkate Al

Değer kümesinde eşleşmeyen (boşta kalan) eleman bulunabilir.

Unutma!

Dikey Doğru Testi

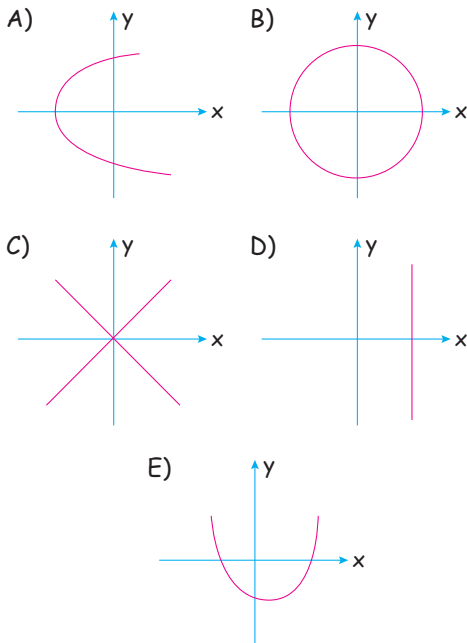
$f: A \rightarrow B$ olmak üzere,

Grafiği verilen f bağıntısının fonksiyon olabilmesi için y eksenine çizilen paralel doğruların ($x = a$ doğruları, $a \in A$) grafiği sadece bir noktada kesmesi gerekir. f bağıntısının tanımlandığı aralıkta paralellerden en az biri grafiği kesmez veya birden fazla noktada keser ise f bağıntısı fonksiyon belirtmez.

Örnek Soru

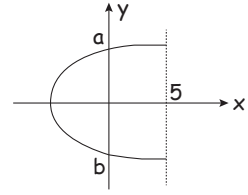
Aşağıda $y = f(x)$ ve $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye tanımlı bağıntı grafikleri verilmiştir.

Bu grafiklerden hangisi fonksiyon belirtir?

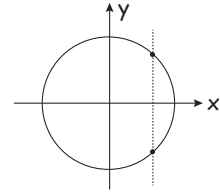


Biz Çözdük

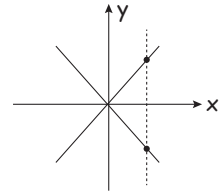
A) y eksenine çizilen paralellerden biri grafiği iki noktada kestiği için fonksiyon belirtmez. Örneğin; tanım kümesindeki 5 elemanı hem a hem de b ile eşleşmiştir. Oysaki tanım kümesindeki her eleman tek bir eleman ile eşleşmeliydi.



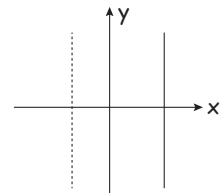
B) y eksenine çizilen paralellerden en az biri grafiği iki noktada kestiğinden fonksiyon belirtmez.



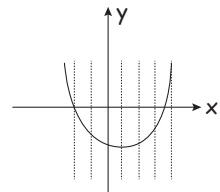
C) y eksenine çizilen paralellerden biri grafiği iki noktada kestiğinden fonksiyon belirtmez.



D) y eksenine çizilen paralellerden biri grafiği kesmediğinden fonksiyon belirtmez.



E) y eksenine çizilen paralellerin her biri eğriyi daima tek noktada keser. O halde bu grafik fonksiyon belirtir.



Cevap E

Örnek Soru

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ve } y = f(x)$$

olmak üzere aşağıdaki bağıntılardan hangisi fonksiyon belirtir?

- A) $x^2 + y^2 = 4$ B) $x = 2$
C) $3x + |y| = 6$ D) $x^4 + y^5 - 9 = 0$
E) $xy + x + 2y - 4 = 0$

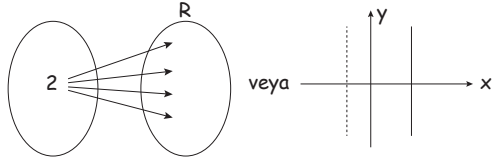
Biz Çözdük

A) $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 4 - x^2$

$\forall x \in \mathbb{R}$ için sadece bir tane $y \in \mathbb{R}$ oluyorsa bağıntı fonksiyon belirtir.

Oysa $x = 5$ için $y^2 = 4 - 5^2 \Rightarrow y^2 = -21$ olduğundan y değeri bulunmaz. O halde tanım kümesindeki 5 elemanı açıkta kalır. Bu yüzden $x^2 + y^2 = 4$ ifadesi fonksiyon belirtmez.

B) $x = 2$ nin anlamı



görüldüğü üzere tanım kümesindeki $\mathbb{R} - \{2\}$ elemanları açıkta kalmaktadır. Bu yüzden fonksiyon belirtmez.

C) $3x + |y| = 6 \Rightarrow |y| = 6 - 3x$

$x = 3$ için $|y| = -3$ olduğundan tanım kümesinde $x = 3$ açıkta kalır. Bu yüzden $3x + |y| = 6$ ifadesi fonksiyon belirtmez.

D) $x^4 + y^5 - 9 = 0 \Rightarrow y^5 = 9 - x^4 \Rightarrow y = \sqrt[5]{9 - x^4}$

$\forall x \in \mathbb{R}$ için sadece bir tane y reel sayısı vardır. Bu yüzden $x^4 + y^5 - 9 = 0$ ifadesi fonksiyon belirtir.

E) $xy + x + 2y - 4 = 0$

$(x + 2)y = 6 - x \Rightarrow y = \frac{4 - x}{x + 2}$ ifadesinde $x = -2$ seçilirse tanımsız olur.

Bu yüzden $xy + x + 2y - 4 = 0$ ifadesi fonksiyon belirtmez.

Cevap D

Örnek Soru 1

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = \frac{2x-1}{3}$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = 2x - 1$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{5x-7}{3}$$

$$t: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, t(x) = x^3 - 5$$

bağıntılarından hangileri fonksiyon belirtir?

Sen Çöz 1

Unutma!

A ve B boş olmayan iki küme ve $s(A) = n, s(B) = m$ olmak üzere, A kümesinden B kümesine tanımlanabilecek fonksiyon sayısı

$$s(B)^{s(A)} = m^n \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$A = \{a, b, c\} \quad B = \{1, 2, 3, 4\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, A'dan B'ye kaç farklı fonksiyon tanımlanabilir?

Biz Çözdük

$$s(B)^{s(A)} = 4^3 = 64$$

Örnek Soru 2

$$A = \{A, H, M, E, T\}$$

$B = \{C, \{C, A\}, \{C, A, N\}$ kümeleri verilmiştir.

Buna göre B'den A'ya tanımlı kaç fonksiyon yazılabilir?

Sen Çöz 2

Fonksiyonlarda Değer Bulma

$f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $f(a)$ 'yı bulmak için x yerine a yazılır.

$f(a)$: a 'nın f fonksiyonu altındaki görüntüsü demektir.

Örnek Soru

$$f(x) = x^2 - 5x + 2$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

Biz Çözdük

$f(x) = x^2 - 5x + 2$ fonksiyonunda $x = 3$ alalım

$$x = 3 \Rightarrow f(3) = 3^2 - 5 \cdot 3 + 2 = -4 \text{ tür.}$$

Örnek Soru

$$f(3x - 5) = 6x + 1$$

olduğuna göre $f(16)$ kaçtır?

Biz Çözdük

$$3x - 5 = 16$$

$$3x = 21$$

$x = 7$ yazılırsa $f(16)$ ya ulaşırız.

$$f(3 \cdot 7 - 5) = 6 \cdot 7 + 1$$

$$f(16) = 43 \text{ tür.}$$

Örnek Soru 3

$$f\left(\frac{8x+2}{x-5}\right) = 2x - 9$$

olduğuna göre $f(6)$ değeri kaçtır?

Sen Çöz 3

Örnek Soru 4

$$f(2^x - 5) = \frac{3^x - 7}{2^x - 4}$$

olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

Sen Çöz 4

Örnek Soru

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2,$$

$$f(x, y) = (x - 2y, x \cdot y)$$

olduğuna göre, $f(7, 2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

Biz Çözdük

$f(x, y) = (x - 2y, x \cdot y)$ fonksiyonunda

$x = 7, y = 2$ yazılırsa

$$f(7, 2) = (7 - 2 \cdot 2, 7 \cdot 2) = (3, 14) \text{ tür.}$$

1. $A = \{\star, \Delta, \bigcirc, \square\}$

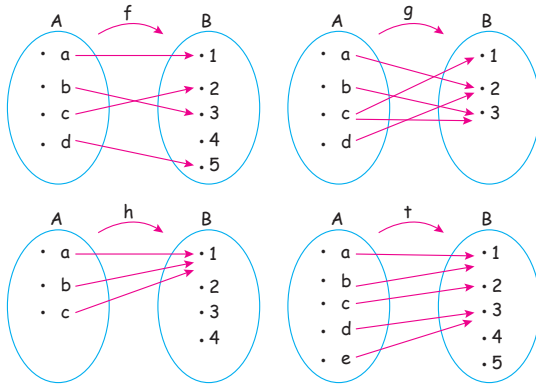
$B = \{a, b, c\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre aşağıdaki bağıntılardan hangisi B'den A'ya tanımlanan bir fonksiyondur?

- A) $\{(\star, a), (\Delta, b), (a, c), (\square, b)\}$
 B) $\{(b, \star), (a, \Delta), (c, \star)\}$
 C) $\{(b, \bigcirc), (a, \star)\}$
 D) $\{(a, \Delta), (a, \square), (a, \star)\}$
 E) $\{(\star, a), (\Delta, a), (\bigcirc, a), (\square, a)\}$

2.



Yukarıdaki bağıntılardan hangisi veya hangileri $A \rightarrow B$ 'ye fonksiyon belirtmez?

- A) Yalnız g B) h ve g C) g ve f
 D) f, g ve h E) f, h ve t

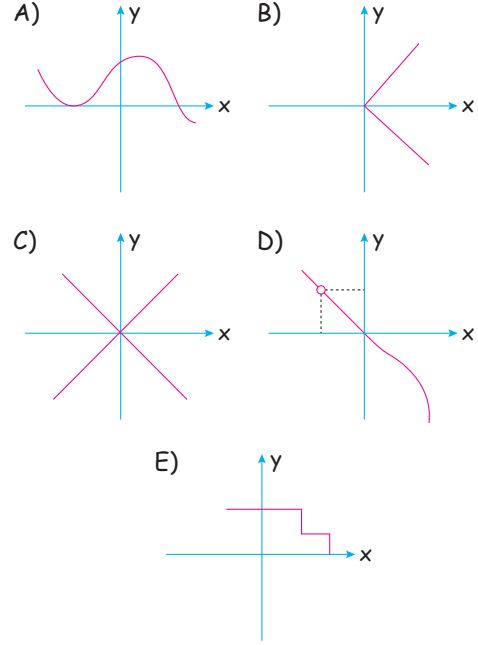
3. $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x, y) = \{(2x - 1) \text{ ve } (3y - 4) \text{ den büyük olmayan}\}$ şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(2, -5) + f(-5, -2)$ toplamı kaçtır?

- A) -19 B) -8 C) -7 D) -30 E) -29

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ şeklinde tanımlanan ve aşağıda grafiği verilen bağıntılardan hangisi fonksiyon belirtir?



ÇİTA YAYINLARI

5. Aşağıda verilen bağıntılardan hangisi fonksiyon belirtmez?

- A) $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$, $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$
 B) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = 3x + 1$
 C) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 7x - 5$
 D) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 7x - 5$
 E) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = \frac{2x - 1}{(x + 1)^2}$

6. $y = f(x)$ olmak üzere aşağıdakilerden hangisi fonksiyon belirtmez?
- A) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x) = x + 1$
 B) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$
 C) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x + 8$
 D) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $|f(x)| = x + 5$
 E) $f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 4 + \frac{x}{x-4}$

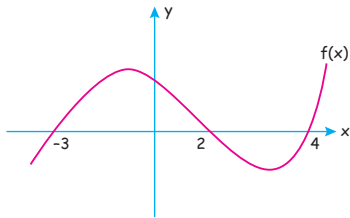
7. Ayça, mobil uygulamadan yapamadığı soruları gönderebildiği bir program bularak aşağıdaki soruyu öğretmenine gönderiyor.

$f(x + 1) = 2x^2 + n$ fonksiyonu veriliyor.
 $f(2) = 3$ olduğuna göre, $f(0) + f(1)$ kaçtır?

Buna göre, uygulamada soruyu gören Kerem Öğretmen soruyu doğru çözdüğüne göre, cevabı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8.



Yukarıda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A) $f\left(\frac{7}{2}\right) \cdot f(1) < 0$ B) $f\left(\frac{19}{3}\right) > 0$
 C) $f(2) \cdot f(5) = 0$ D) $f(-2) \cdot f(7) < 0$
 E) $f(0) \cdot f(-2) > 0$

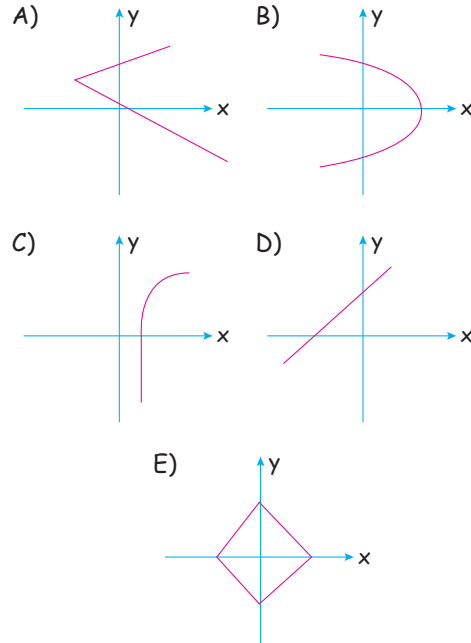
9. $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x, y) = x^y - xy + 2$
 fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(4, 3)$ kaçtır?

- A) 52 B) 54 C) 58 D) 66 E) 71

ÇİTA YAYINLARI

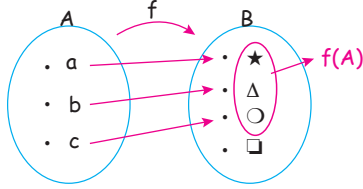
10. Gerçek sayılarda tanımlanmış olan ve aşağıda grafikleri verilen bağıntılardan hangisi bir fonksiyondur?



FONKSİYON ÇEŞİTLERİ

İçine Fonksiyon

Bir fonksiyonun değer kümesinde en az bir eleman açıkta kalıyorsa bu fonksiyona **içine fonksiyon** denir.



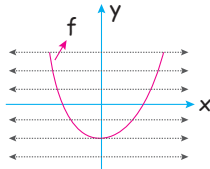
$f: A \rightarrow B$, $y = f(x)$ fonksiyonu içine ise
 $f(A) \subset B$ ve $f(A) \neq B$ dir.

Unutma!

Grafiği verilen bir fonksiyonun içine olması için x eksenine paralel çizilen tüm doğrulardan ($y = a$ doğruları a değer kümesine ait bir eleman) en az bir tanesi grafiği kesmemelidir.

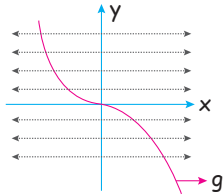
Örneğin;

$f, \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



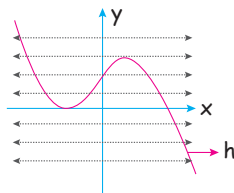
f, içine fonksiyondur.

$g, \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



g, içine fonksiyon değildir.

$h, \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



içine fonksiyon değildir.

Örnek Soru

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$f(x) = x^2 + 2$$

fonksiyonu içine fonksiyon olup olmadığını bulunuz.

Biz Çözdük

$$5 \in \mathbb{R}^+$$

$$x^2 + 2 = 5$$

$$x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$$

$$x = -\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$$

Değer kümesindeki 5 açıkta kalır.

f, içine fonksiyondur.

Örnek Soru 5

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{-28, -9, -2, -1, 0, 1, 2, 7, 26\}$$

kümeleri veriliyor.

$f: A \rightarrow B$ bir fonksiyondur.

$$f(x) = x^3 - 1$$

biçiminde tanımlı fonksiyon içine fonksiyon olup olmadığını bulunuz.

Sen Çöz 5

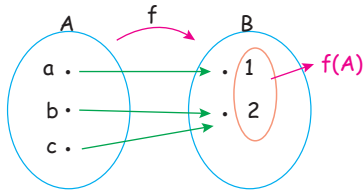
Örten Fonksiyon

Değer kümesi görüntü kümesine eşit olan fonksiyona **örten fonksiyon** denir. Yani değer kümesinde boşta (açıkta) eleman kalmıyor ise fonksiyon **örten fonksiyon** dur.

* $f: A \rightarrow B$

$y = f(x)$ fonksiyonu verilsin.

$\forall b \in B$ için $f(a) = b$ olacak şekilde en az bir $a \in A$ varsa f örten bir fonksiyondur.



f , örtendir $\Leftrightarrow f(A) = B$ dir.

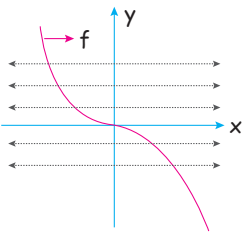
* Örten olmayan fonksiyon içindedir.

Unutma!

Grafiği verilen bir fonksiyonun örten olabilmesi için x eksenine çizilen paralel doğrular grafiği en az bir noktada kesmelidir.

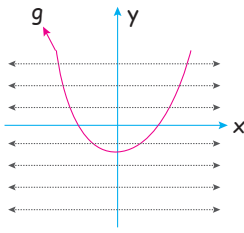
Örneğin;

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



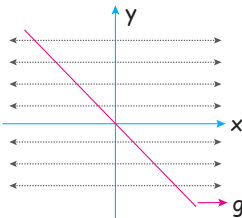
f , örten fonksiyondur.

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



g , örten fonksiyon değildir. (içinedir)

$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



h , örten fonksiyondur.

Örnek Soru

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$

$f(x) = 3x + 1$

fonksiyonunun örten olup olmadığını araştırınız.

Biz Çözdük

$f(x) = y$

$y = 3x + 1 \Rightarrow x = \frac{y-1}{3}$

ifadesi $\exists y \in \mathbb{Z}$ için $x \notin \mathbb{N}'$ dir.

Yani değer kümesindeki bazı y değerleri için x bulunamıyor.

Değer kümesinde açıkta eleman kalıyor.

Bu yüzden f fonksiyonu içine bir fonksiyondur.

Örnek Soru 6

A ve B boştan farklı iki küme olmak üzere

$s(A) = n^2 - 36$

$s(B) = 5n$ dir.

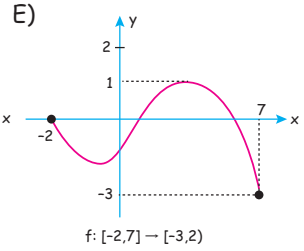
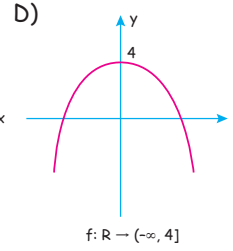
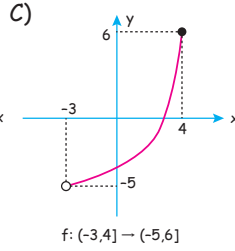
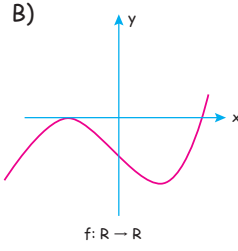
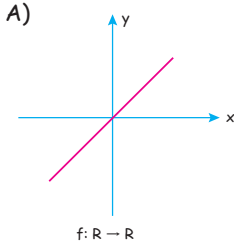
$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu bir örten fonksiyon olduğuna göre B kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

Sen Çöz 6



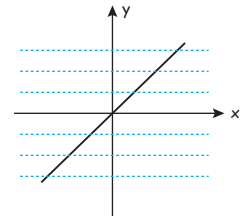
Örnek Soru

Aşağıda verilen fonksiyonlardan hangisi örten **değildir**?

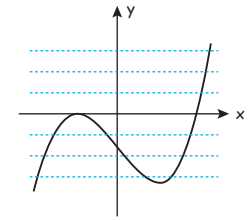


Biz Çözdük

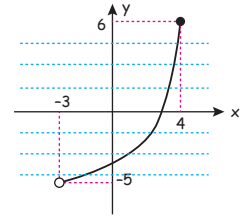
A) f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun değer kümesi $\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$ olduğundan x eksenine y eksenini $(-\infty, +\infty)$ aralığında çizilen her bir paralel doğru grafiğini **en az** bir noktada keser. O halde, bu fonksiyon **örtendir**.
f, fonksiyonunun görüntü kümesi $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ dir.



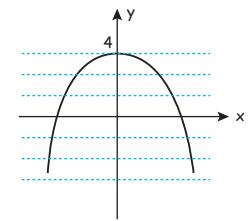
B) f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun değer kümesi $(-\infty, +\infty)$ olduğundan x eksenine y eksenini $(-\infty, +\infty)$ aralığında çizilen paralellerin her biri grafiği **en az** bir noktada kestiği için fonksiyon **örtendir**.
f, fonksiyonunun görüntü kümesi $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ dir.



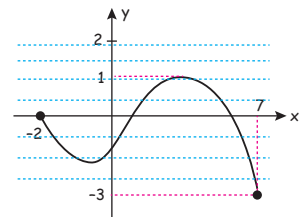
C) f: $(-4, -3] \rightarrow (-5, 6]$ fonksiyonunun değer kümesi $(-5, 6]$ olduğundan x eksenine $-5 < y \leq 6$ aralığında çizilen paralellerin her biri grafiği **en az** bir noktada kestiği görülmektedir. Fonksiyon **örtendir**.
f, fonksiyonunun görüntü kümesi $f((-4, -3]) = (-5, 6]$ dir.



D) f: $\mathbb{R} \rightarrow (-\infty, 4]$ fonksiyonunun değer kümesi $(-\infty, 4]$ olduğundan x eksenine $y \leq 4$ aralığında çizilen paralellerin herbiri grafiği **en az** bir noktada kestiği görülmektedir. Fonksiyon **örtendir**.
f, fonksiyonunun görüntü kümesi $f(\mathbb{R}) = (-\infty, 4]$ tür.



E) f: $[-2, 7] \rightarrow [-3, 2]$ fonksiyonunun değer kümesi $[-3, 2)$ olduğundan x eksenine $-3 \leq y < 2$ aralığında çizilen paralellerin her biri grafiği **en az** bir noktada kesmemektedir. Çünkü $1 < y < 2$ aralığında x eksenine çizilen paralellerin herbiri eğriyi kesmez. O halde fonksiyon **örten değildir**.
f, fonksiyonunun görüntü kümesi $f([-2, 7]) = [-3, 1]$ dir.
 $[-3, 1] \neq [-3, 2)$



Cevap E

Örnek Soru 7

Ceren Öğretmen "çözilemeyen sorular" uygulamasında öğrencilerin sorularını çözmektedir. Ekrana gelir sorulardan biri;

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(x) = 3x - 2$ fonksiyonunun örten olup olmadığını bulunuz.

yukarıda gösterilmiştir.

Bu sorunun çözümünü doğru yapıp öğrenciye gönderen Ceren öğretmenin cevabı nedir?

Sen Çöz 7

Birebir Fonksiyon

Bir fonksiyonun tanım kümesindeki her bir elemanın görüntüsü farklı ise bu fonksiyona **bire bir (1 - 1) fonksiyon** denir.

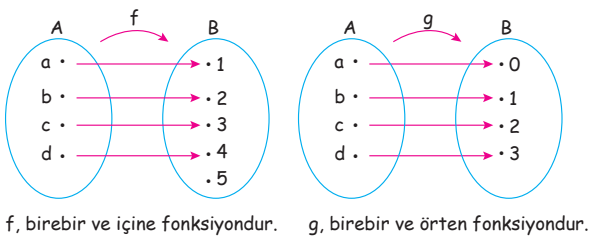
Yani $f: A \rightarrow B$

$y = f(x)$ olmak üzere,

$\forall x_1, x_2 \in A$ için, $x_1 \neq x_2$ iken $f(x_1) \neq f(x_2)$ ise

f fonksiyonu **bire bir fonksiyon** dur.

Örneğin;



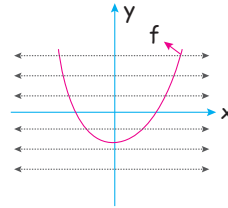
Unutma!

Yatay Doğru Testi

Grafiği verilen fonksiyonun bire bir olması için x eksenine çizilen paralel doğrular grafiği tek noktada kesmelidir.

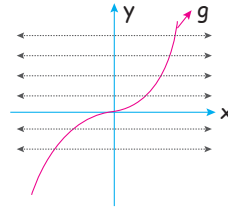
Örneğin;

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



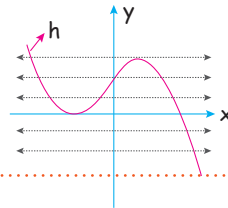
f, 1-1 değildir ve değildir

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



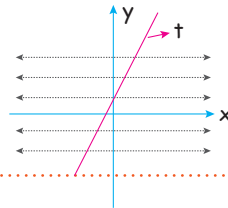
g, 1-1 ve örten dir

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



h, 1-1 değildir ve örten dir

$$t: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



t, 1-1 ve örten dir

Unutma!

$s(A) = m, s(B) = n$ olsun.

$f: A \rightarrow B$ şeklinde tanımlanabilecek bire bir fonksiyon sayısı $P(n, m) = \frac{n!}{(n-m)!}$ dir.

$s(A) = s(B) = n$ olsun.

$f: A \rightarrow B$ şeklinde tanımlanabilecek birebir ve örten fonksiyon sayısı $n!$ dir.

Örnek Soru

$$A = \{Ç, İ, T, A\}$$

$$B = \{T, U, B, A\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, A'dan B'ye tanımlanan fonksiyonlardan kaç tanesi birebir ve örten değildir?

Biz Çözdük

$$s(A) = 4 \quad s(B) = 4$$

$$\text{Fonksiyon sayısı } 4^4 = 256$$

Birebir ve örten fonksiyon sayısı 4!

Birebir ve örten olmayan fonksiyon sayısı

$$256 - 24 = 232 \text{ 'dir.}$$

Unutma!

- * $f: A \rightarrow B$ biçiminde tanımlanan f fonksiyonu birebir ise $s(B) \geq s(A)$ dir.
- * $f: A \rightarrow B$ biçiminde tanımlanan f fonksiyonu örten ise $s(B) \leq s(A)$ dir.

Örnek Soru 8

$$A = \{T, Ü, R, K, Ç, E\}$$

$$B = \{B, A, L, I, K, E, S, İ, R\}$$

A'dan B'ye tanımlanan fonksiyonlardan kaç tanesi birebirdir?

Sen Çöz 8

Örnek Soru

$$f: Z \rightarrow Z$$

$f(x) = 3x + 1$ fonksiyonunun birebir olup olmadığını araştırınız.

Biz Çözdük

$$x_1, x_2 \in \mathbb{R} \text{ olsun}$$

$f(x_1) = f(x_2)$ iken $x_1 = x_2$ ise f fonksiyonu birebirdir.

$$f(x_1) = 3x_1 + 1$$

$$3x_1 + 1 = 3x_2 + 1$$

$$f(x_2) = 3x_2 + 1$$

$$3x_1 = 3x_2$$

$$x_1 = x_2 \text{ olduğundan}$$

f birebirdir.

Birim Fonksiyon

Tanım kümesindeki her değeri kendisine eşleyen fonksiyona **birim fonksiyon** denir. Genellikle I harfi ile gösterilir.

$$I(x) = x$$

$$f(5x - 3) = 5x - 3$$

$$f(x^2 + 6x + 8) = x^2 + 6x + 8$$

fonksiyonları birim fonksiyonlardır.

Örnek Soru

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(3x + 9) + f(1) = 7x + f(3) \text{ ve}$$

f fonksiyonu birim fonksiyon olduğuna göre x kaçtır?

Biz Çözdük

f birim fonksiyon olduğundan,

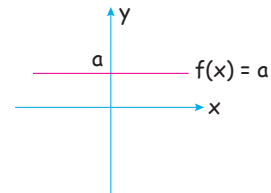
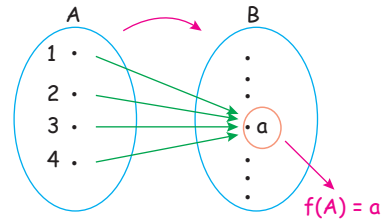
$$\left. \begin{array}{l} f(3x+9) = 3x+9 \\ f(1) = 1 \\ f(3) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 3x+9+1 = 7x+3 \\ 4x = 7 \\ x = \frac{7}{4} \text{ tür.} \end{array}$$

Sabit Fonksiyon

Tanım kümesindeki bütün elemanları değer kümesindeki sadece bir elemanla eşleyen fonksiyona **sabit fonksiyon** denir.

Yani $\forall x \in A$ ve $a \in B$ için $f(x) = a$ ise f fonksiyonu sabit fonksiyondur.

* Sabit fonksiyonların görüntü kümeleri bir elemandır.



- * Sabit fonksiyon grafiği x eksenine paraleldir.
- * Sabit fonksiyonda "x" e bağlı terim bulunmaz.

Örnek Soru

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = (a - 5)x^3 + (b + 7)x^2 + (c - 2)x - (a \cdot b + c)$
fonksiyonu veriliyor.
f fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre,
 $(a + b) \cdot c - f(7)$ kaçtır?

Biz Çözdük

Sabit fonksiyonda x'e bağlı terim yoktur.

$$a - 5 = 0 \Rightarrow a = 5$$

$$b + 7 = 0 \Rightarrow b = -7$$

$$c - 2 = 0 \Rightarrow c = 2$$

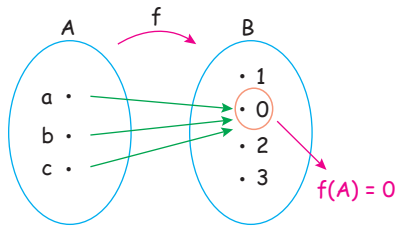
$$f(x) = -(a \cdot b + c) = -(5 \cdot (-7) + 2) = +33$$

$$f(7) = 33$$

$$(a + b) \cdot c - f(7) = (5 - 7) \cdot 2 - 33 = -4 - 33 = -37$$

Sıfır Fonksiyon

$f: A \rightarrow B$, $y = f(x)$ fonksiyonu $\forall x \in A$ için $f(x) = 0$ olursa f fonksiyonuna **sıfır fonksiyonu** denir ve sabit fonksiyonun özel bir halidir.



Dikkate Al

1. $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ sabit fonksiyon ise

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ dir.}$$

2. $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$ sabit fonksiyon ise

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$f(x) = \frac{3x+a}{ax+75}$$

sabit fonksiyon olduğuna göre, f(a) nın negatif değeri kaçtır?

Biz Çözdük

$$\frac{3x+a}{ax+75} \text{ sabit fonksiyondur.}$$

$$\frac{3}{a} = \frac{a}{75} \Rightarrow a^2 = 225 \Rightarrow a = \pm 15$$

$$a = 15 \text{ için } \frac{3x+15}{15x+75} = \frac{1}{3}$$

$$a = -15 \text{ için } \frac{3x-15}{-15x+75} = -\frac{1}{3} \rightarrow \text{negatif değer}$$

Örnek Soru 9

Matematik sınavına hazırlanan Mustafa, abisi Kemal'e sabit fonksiyonu anlatmasını istemiştir.

Kemal ilk olarak sabit fonksiyonun tanımını yapıp birkaç örnekle anlatmıştır. Sonra Mustafa'dan aşağıdaki soruyu çözmesini istemiştir.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = (a - 2)x^2 + (5 - b)x + ab + 3$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre,

$$f(-33) \text{ kaçtır?}$$

Mustafa soruyu doğru çözdüğüne göre, cevabı nedir?

Sen Çöz 9

Örnek Soru 10

$f(x)$ sabit fonksiyondur.

$$f(3x) + f(5x) = 8$$

olduğuna göre, $f(8)$ kaçtır?

Sen Çöz 10

Örnek Soru 11

$f(x) = \frac{3x+a}{2x-b}$ fonksiyonu sabit fonksiyon

olduğuna göre, $f\left(\frac{a}{b}\right) + f\left(-\frac{a}{b}\right)$ toplamı kaçtır?

Sen Çöz 11

Doğrusal Fonksiyon

$a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ şeklindeki fonksiyonlara **doğrusal fonksiyon** denir.

Örnek Soru

$f(x)$ doğrusal bir fonksiyondur.

$f(-7) = 12$, $f(4) = 1$ olduğuna göre,

$f(20)$ kaçtır?

Biz Çözdük

$$\begin{array}{rcl} f(x) = ax + b & & -7a + b = 12 \\ f(-7) = -7a + b = 12 & -/ & 4a + b = 1 \\ f(4) = 4a + b = 1 & & -11a = 11 \\ & & a = -1 \\ & & b = 5 \end{array}$$

$$f(x) = -x + 5$$

$$f(20) = -20 + 5 = -15 \text{ dir.}$$

Örnek Soru 12

$f(x)$ doğrusal bir fonksiyondur.

$f(-1) = -1$ ve $f(4) = 1$ olduğuna göre,

$f(14)$ kaçtır?

Sen Çöz 12

Örnek Soru 13

$f(x)$ birim fonksiyon,
 $g(x)$ doğrusal fonksiyondur.
 $f(x) + g(x) \cdot f(x) + 2g(x) - 3 = 4x$
 olduğuna göre $g(-1)$ kaçtır?

Sen Çöz 13

Tek-Çift Fonksiyon

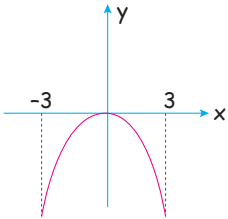
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunda

- * $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = f(-x)$ ise f fonksiyonuna **çift fonksiyon** denir.
- * Çift fonksiyonların grafikleri y - eksenine göre $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(-x) = -f(x)$ ise f fonksiyonuna **tek fonksiyon** denir.
- * Çift fonksiyonların grafikleri y - eksenine göre simetriktir.

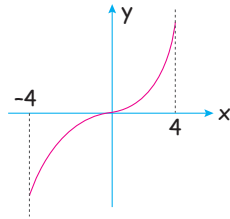
Örneğin; $y = x^4$ fonksiyonu çifttir.

- * Tek fonksiyonların grafikleri orjine göre simetriktir.

Örneğin; $y = x^5$ fonksiyonu tektir.



Çift fonksiyon grafiği
 y - eksenine göre simetriktir.



Tek fonksiyon grafiği
 orjine göre simetriktir.

Örnek Soru

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $y = f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyondur.
 $3f(x) + 8 + f(-x) - 5x^2 = 0$ eşitliği veriliyor.
 Buna göre $f(2)$ değeri kaçtır?

Biz Çözdük

$$3f(x) + 8 + f(-x) - 5x^2 = 0$$

$$3f(x) + 8 - f(x) - 5x^2 = 0$$

$$2f(x) = 5x^2 - 8$$

$$f(x) = \frac{5x^2 - 8}{2} \Rightarrow f(2) = \frac{5 \cdot 2^2 - 8}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ dır.}$$

- * İki tek fonksiyon toplamı ve farkı tek, çarpımları ise çift fonksiyondur.
- * İki çift fonksiyonun toplamı, farkı ve çarpımları çift fonksiyondur.
- * f ve g fonksiyonlarından biri tek diğeri çift ise bileşkeleri ($f \circ g$ ve $g \circ f$) çift fonksiyondur.
- * f tek fonksiyon ise $f \circ f$ tek fonksiyon, f çift fonksiyon ise $f \circ f$ çift fonksiyondur.

Örnek Soru 14

f çift, g tek fonksiyondur.

$$f(x) = \frac{g(2x+1) + 3x}{x-1}$$

$f(-2) = 4$ olduğuna göre $g(-5)$ değeri kaçtır?

Sen Çöz 14

Unutma!

$f(x) = 0$ fonksiyonu (sıfır fonksiyon) hem tek hem de çift fonksiyondur.

Unutma!

$a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,
 $f: A \rightarrow B$ şeklinde tanımlı bir fonksiyon tek veya çift fonksiyon ise tanım kümesi $[-a, a]$ şeklinde simetrik bir aralıktır.

Unutma!

$f: [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $\forall x \in [-a, a]$ için
 $f(x) = f(|x|)$ ise f çift fonksiyondur.

Örnek Soru

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = (m + 2)x^3 + (n - 1)x^2 + (m - n - 4)x + m - 3$
fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetrik olduğuna göre, $f(m + n)$ kaçtır?

Biz Çözdük

Fonksiyon grafiği y eksenine göre simetrik ise çift fonksiyondur.

$f(x) = (m + 2)x^3 + (n - 1)x^2 + (m - n - 4)x + m - 3$ çift fonksiyon olduğundan tek dereceli terimler olmamalı.

$$\begin{aligned} m + 2 &= 0 & m - n - 4 &= 0 \\ m &= -2 & -2 - n - 4 &= 0 \\ & & n &= -6 \end{aligned}$$

$f(x) = -7x^2 - 5$ dir.

$f(-2 - 6) = f(-8)$

$f(-8) = -7 \cdot (-8)^2 - 5 = -448 - 5$
 $= -453$ tür.

Örnek Soru 15

Gerçek sayılarda tanımlı

$$f(x) = x^2 + 8$$

$$g(x) = -2x^3 + x$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, f ve g fonksiyonları ile ilgili,

- I. $f(x) \cdot g(x)$ çift fonksiyondur.
- II. $f(x) + g(x)$ tek fonksiyondur.
- III. $f^3(x) + g^2(x)$ çift fonksiyondur.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

Sen Çöz 15

Eşit Fonksiyonlar

Fonksiyonların eşit olabilmesi için dikkat etmemiz gereken iki önemli nokta vardır.

Bunlar;

- i) Tanım ve değer kümeleri eşit olmalı
- ii) Tanım kümesinin her bir elemanı için fonksiyonların görüntüleri aynı olmalıdır.

Şimdi eşit fonksiyonları tanımlayalım.

$f: A \rightarrow B$ ve $g: C \rightarrow D$ fonksiyonları verilsin.

$A = C$ (tanım kümeleri eşit)

$B = D$ (değer kümeleri eşit)

$\forall x \in A = C$ için $f(x) = g(x)$ (tanım kümesindeki elemanların görüntüleri eşit) koşulları sağlanıyorsa f ve g fonksiyonları (birbirine eşit) **eşit fonksiyonlardır** ve $f = g$ ile gösterilir.

Örnek Soru

$A = \{0, 2\}$ ve $B = \{3, 5, 7\}$ olmak üzere,

$$f: A \rightarrow B \quad g: A \rightarrow B$$

$$f(x) = mx^2 - 3$$

$$g(x) = x^2 - n$$

fonksiyonları veriliyor.

f = g olduğuna göre, $f(n) + g(m)$ toplamı kaçtır?

Biz Çözdük

$$f(x) = mx^2 + 3$$

$$f(2) = 4m - 3$$

$$g(x) = x - n$$

$$g(2) = 2 + 3$$

$$f(0) = +3$$

$$f(2) = g(2)$$

$$g(0) = -n$$

$$4m - 3 = 5$$

$$f(0) = g(0)$$

$$m = 2$$

$$3 = -n \Rightarrow n = -3$$

$$f(n) + g(m) \Rightarrow f(-3) + g(2)$$

$$f(-3) = 21$$

$$= 21 + 5$$

$$g(2) = 5$$

$$= 26$$

Örnek Soru 16

$$f = \{(1, -8), (3, 27), (5, c^3)\}$$

$$g = \{(a, -8), (3, b^3), (5, -64)\}$$

fonksiyonları veriliyor.

f ve g fonksiyonları eşit fonksiyonlar olduğuna göre, $a \cdot b - c$ değeri kaçtır?

Sen Çöz 16

Örnek Soru 17

$f(5x + 2)$ ve $g(3 - 7x)$ fonksiyonları eşit fonksiyonlardır.

$f(-8) = g(8 - a)$ olduğuna göre a kaçtır?

Sen Çöz 17

Parçalı Fonksiyonlar

Tanım aralığının alt aralıklarında özel kurallarla tanımlanmış fonksiyonlara **parçalı fonksiyonlar** denir.

Örneğin;

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 2 \\ 5, & 0 \leq x \leq 2 \\ x - 4, & x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonu parçalı fonksiyondur.

$x = 0$ ve $x = 2$ fonksiyonun kritik noktalarıdır.

Örnek Soru

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 2x+8, & x < -2 \\ \frac{5x-1}{x-2}, & -2 \leq x < 1 \\ x^2+7, & 1 \leq x \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(-5) + 2f(-1) + 3f(3)$ işleminin sonucu kaçtır?

Biz Çözdük

$x = -2 \Rightarrow -5 < -2$ olduğundan ilk parçaya dahildir.

$$f(-5) = 2 \cdot (-5) + 8 = -2$$

$x = -1 \Rightarrow -2 \leq -1 < 1$ olduğundan 2. parçaya dahildir.

$$f(-1) = \frac{5 \cdot (-1) - 1}{-1 - 2} = \frac{-6}{-3} = 2$$

$x = 3 \Rightarrow 1 \leq 3$ olduğundan 3. parçaya dahildir.

$$f(3) = 3^2 + 7 = 10$$

$$f(-5) + 2f(-1) + 3f(3) = -2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 10 = 32$$

elde edilir.

Örnek Soru

Tam sayılar kümesinde tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} x-5, & x \geq 0 \\ -2x-7, & x < 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$f(-3x) < 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

Biz Çözdük

$x \geq 0$ için

$$-3x - 5 < 0 \Rightarrow x > -\frac{5}{3}$$

$x < 0$ için

$$6x - 7 < 0 \Rightarrow x < \frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{3} < x < \frac{7}{6} \Rightarrow \underbrace{-1, 0, 1}_{3 \text{ tane}}$$

Örnek Soru 18

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(2x-3) = \begin{cases} x+8, & x \geq 0 \text{ ise} \\ 2x-3, & -3 \leq x < 0 \text{ ise} \\ 15, & x < -3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(5) + f(-7) \cdot f(-11)$ değeri kaçtır?

Sen Çöz 18

Mutlak Değer Fonksiyonu

$f: A \rightarrow B$ olmak üzere

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \\ -f(x), & f(x) < 0 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan

$y = |f(x)|$ fonksiyonuna mutlak değer fonksiyonu denir.

Mutlak değerli fonksiyonlar, kritik noktaları belirlenerek bu kritik noktalara göre parçalı fonksiyon şeklinde yazılabilirler.

- * Mutlak değer fonksiyonunun kritik (işaret değiştirdiği) noktalar mutlak değerinin içini sıfır yapan noktalardır.

Örneğin;

$f(x) = |x - 2|$ fonksiyonunun kritik noktası $x = 2$ dir.

$$x \geq 2 \Rightarrow f(x) = x - 2$$

$$x < 2 \Rightarrow f(x) = -x + 2 \text{ olur.}$$

$$f(x) = |x - 2| = \begin{cases} x - 2, & x \geq 2 \text{ ise} \\ -x + 2, & x < 2 \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde yazılır.

Örnek Soru

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = |x - 2| + |x + 2|$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(a) = 7$ eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı kaçtır?

Biz Çözdük

Kritik noktalar $x = 2$ ve $x = -3$ tür.

x	-3	2	
$f(x)$	$-x + 2 - x - 3$	$-x + 2 + x + 3$	$x - 2 + x + 3$
$f(a)$	$-2a - 1 = 7$ $a = -4$	$5 \neq 7$ \emptyset	$2a + 1 = 7$ $a = 3$

$-4 + 3 = -1$

Örnek Soru

Gerçel sayılarda tanımlı bir f fonksiyonu

$$\forall x \in [-6, 6] \text{ için } f(x) = 2x + 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } f(x) = f(x + 12)$$

özelliklerini sağlayan, $f(249)$ değeri kaçtır?

Biz Çözdük

$$f(237) = f(237 + 12) \rightarrow f(237) = f(249)$$

$$f(225) = f(225 + 12) \rightarrow f(225) = f(237)$$

$$f(213) = f(213 + 12) \rightarrow f(213) = f(225)$$

\vdots

$$f(-3) = f(-3 + 12) \rightarrow f(-3) = f(9)$$

$$f(-3) = 2 \cdot (-3) + 1$$

$$f(-3) = -5$$

Örnek Soru

f fonksiyonu $x \geq 2$ olmak üzere

$$f(x) = f(x - 2) + 3, f(0) = 1$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(16)$ değeri kaçtır?

Biz Çözdük

$$f(2) = f(0) + 3$$

$$f(4) = f(2) + 3$$

$$f(6) = f(4) + 3$$

\vdots

$$+ f(16) = f(14) + 3 \cdot 8$$

$$f(16) = f(0) + 3 \cdot 8$$

$$f(16) = 1 + 3 \cdot 8 = 25$$

Örnek Soru 19

$$f(x + 3) = 4 + f(x + 2) \text{ ve } f(2) = 3 \text{ ise}$$

$f(19)$ değeri kaçtır?

Sen Çöz 19

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ şeklinde fonksiyon tanımlanıyor.

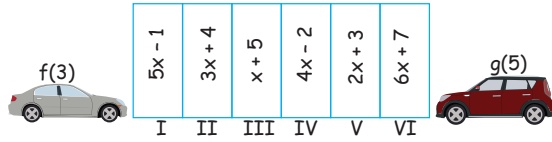
Buna göre

- I. $a = 0, c = 0$ ise çift fonksiyondur.
 II. $b = 0, d = 0$ ise tek fonksiyondur.
 III. $a = 0, d = 0, b \neq 0$ ve $c \neq 0$ ise doğrusal fonksiyondur.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III

2. Şekildeki altı araçlık park yeri ve iki araç verilmiştir.



$f(3)$ ve $g(5)$ araçları park ettikleri yerdaki fonksiyon değerleri birbirine eşit olan park yerlerini seçiyor.

Buna göre sırasıyla $f(3)$ ve $g(5)$ araçları hangi park yerlerini seçmiştir?

- A) I ve II B) II ve VI C) III ve IV
 D) I ve V E) II ve V

3. Gerçek sayılarda tanımlı

$f_n(x) = (x-1)(x-2) \dots (x-n)$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f_{101}(100)$ değeri kaçtır?

- A) 101! B) 100! C) 99!
 D) 0 E) 1

4. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 9, & x < -3 \\ 7, & -3 \leq x < 2 \\ \frac{x^2 + 7}{x^2 - 1}, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 0 \\ x^2 + 1, & 0 \leq x < 5 \\ 8x - 2, & x \geq 5 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f(-1) \cdot g(-2) + \frac{f(-4)}{g(3)} - g(7) \cdot f(3)$ sonucu kaçtır?

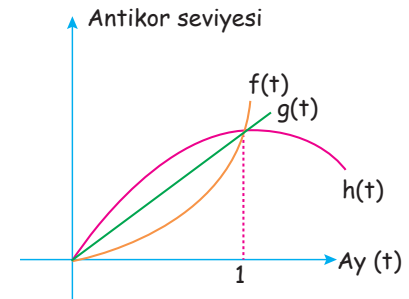
- A) $\frac{1087}{10}$ B) $-\frac{1087}{10}$ C) $\frac{1073}{10}$
 D) $-\frac{1073}{10}$ E) $-\frac{1080}{10}$

5. Covid-19 için aşı geliştirmek isteyen Almanya, Rusya ve Türkiye'nin aşılarının insanlar üzerinde zaman içerisinde oluşturdukları antikor seviyesinin değişim grafiği aşağıda verilmiştir.

Almanya $\rightarrow f(t)$

Rusya $\rightarrow g(t)$

Türkiye $\rightarrow h(t)$



Buna göre, $0 < t < 1$ zaman aralığını sağlayan t gerçel sayısı için,

- I. $f(t) > g(t)$
 II. $h(t) > f(t)$
 III. $g(t) < h(t)$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

6. Bir su dağıtım şirketi 10 m^3 e kadar tüketilen sular için 10 TL ücret almaktadır. Eğer kullanıcı 10 m^3 'ten fazla su kullanıyor ise 5 TL sabit ücret ve kullanılan her 1 m^3 için 50 kuruş para almaktadır. Bu şirketten su ihtiyacını gideren Nil Hanım'ın kullandığı su miktarına bağlı (x) ödeyeceği fatura bedelini ($f(x)$) gösteren fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = \begin{cases} 10, & x < 10 \\ 50x + 5, & x \geq 10 \end{cases}$
 B) $f(x) = \begin{cases} 10x, & x < 10 \\ 5x + 5, & x \geq 10 \end{cases}$
 C) $f(x) = \begin{cases} 10, & x < 10 \\ 5x + 5, & x \geq 10 \end{cases}$
 D) $f(x) = \begin{cases} 10, & x \leq 10 \\ 0,5x + 5, & x > 10 \end{cases}$
 E) $f(x) = \begin{cases} 10x, & x < 10 \\ 0,5x + 5, & x \geq 10 \end{cases}$

7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 • $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = f(x + 6)$
 • $\forall x \in [0, 6]$ için $f(x) = 7 - x$
 eşitlikleri sağlanıyor.

Buna göre, $f(278)$ değeri kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

8. Eylül bebeğin aylara (t) göre boyundaki değişimini veren doğrusal fonksiyon $f(t)$ olarak modellenerek ilk 6 aylık zamanda Eylül bebeğin boyundaki değişimler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

t (ay)	1	2	3	4	5	6
$f(t)$ boy	71	75	79	83	87	91
	cm	cm	cm	cm	cm	cm

Buna göre, Eylül bebek 18 aylıkken boyu kaç cm'dir?

- A) 127 B) 131 C) 135 D) 139 E) 143

9. $A = \{3, 4, 5\}$ ve $B = \{7, 8, 9, 10\}$ kümeleri veriliyor.

Buna göre, $\forall k \in A$ için

$$\frac{f(k)}{k} \geq 2$$

koşulunu sağlayan kaç farklı $f: A \rightarrow B$ fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 24

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(x + 2) = x \cdot f(x + 1)$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(2) = 1$$

olduğuna göre, $f(10)$ değeri kaçtır?

- A) 8! B) 9! C) 10!
 D) 11! E) 12!

11. Gerçek sayılarda tanımlı

$$f(x) = (3x + 2)^n$$

$$g(x) = (2a + x)^3$$

fonksiyonları veriliyor.

$$k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

şeklinde tanımlanan fonksiyon sabit fonksiyondur.

Buna göre, $k(a + n)$ değeri kaçtır?

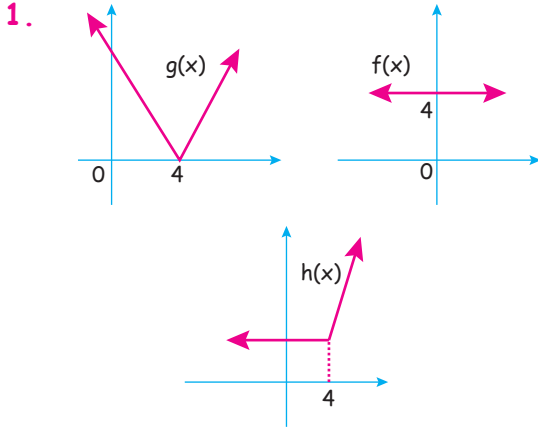
- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 27

12. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, f fonksiyonu birim fonksiyondur.

$$f(3 - a) = 3a - 5$$

olduğuna göre, $f(a^2)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 9 E) 16



Yukarıda gerçekte sayılarda tanımlı $f(x)$, $g(x)$ ve $h(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

- I. $g(x)$ fonksiyonu çift fonksiyondur.
- II. $h(x)$ tek fonksiyon değildir.
- III. $f(x)$ birebir fonksiyondur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve III
- D) II ve III E) I, II ve III

2. $s(A) < s(B)$ olmak üzere,

$$f: A \rightarrow B, y = f(x)$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- I. $f(x)$ fonksiyonu örten fonksiyondur.
- II. $f(x)$ fonksiyonu içine fonksiyondur.
- III. $f(x)$ fonksiyonu birebir fonksiyondur.

yargılarından hangileri doğru olabilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II
- D) I ve III E) II ve III

3. $f(x) = (3 - a)x^3 + 2x^2 + (a + 2b)x - 3$

$$g(x) = -x^3 + 2x^2 - 2x + c$$

fonksiyonları eşit fonksiyon olduğuna göre,

$$a \cdot f(1) + b \cdot g(1) + f\left(\frac{c}{3}\right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{3x+2}{(m-3)x+1}$$

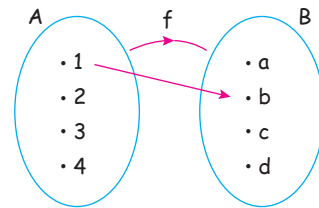
$$g(x) = \begin{cases} 2f(x) - 3, & f(x) \geq 5 \\ 2 + f(x), & f(x) < 5 \end{cases}$$

fonksiyonları verilmiştir.

Buna göre, $g(m)$ değeri kaçtır?

- A) 13 B) 16 C) 19 D) 20 E) 23

5. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{a, b, c, d\}$ kümeleri veriliyor.



Buna göre, $f: A \rightarrow B$, $f(1) = b$ ve $f(2) \neq c$ olacak şekilde kaç farklı f fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 6 B) 12 C) 24 D) 48 E) 60

6. $f: \{a, b, c, d\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$
 $g: \{a, b, c, d\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$
 $h: \{a, b, c, d\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- Yukarıda tanım ve değer kümeleri verilen fonksiyonlardan hangileri örten olabilir?
- A) Yalnız f B) Yalnız g C) f ve g
D) g ve h E) f, g ve h
7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) + 3 \cdot f(4 - x) = x^2$
fonksiyonu veriliyor.
Buna göre, $f(1) - f(3)$ farkı kaçtır?
- A) $-\frac{3}{4}$ B) $\frac{13}{4}$ C) $\frac{10}{3}$ D) 4 E) 3
8. Gerçek sayılarda tanımlı bir f fonksiyonu,
 $\forall x, y \in \mathbb{R}$ için
 $f(x + y) = f(x) + f(y)$
eşitliğini sağlamaktadır.
 $f(3) = 2$ olduğuna göre, $f(27)$ değeri kaçtır?
- A) 8 B) 9 C) 12 D) 18 E) 27
9. A ve B kümeleri için
 $s(A) = 2x - 11$
 $s(B) = x - 3$
olarak veriliyor.
 $f: A \rightarrow B$, $y = f(x)$ fonksiyonu birebir ve örten olduğuna göre, A'dan B'ye yazılabilecek sabit fonksiyon sayısı kaçtır?
- A) 1 B) 4 C) 5 D) 7 E) 10

10. \mathbb{R} 'den \mathbb{R} 'ye tanımlı, $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları için $f(x) = g(x)$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır? (I birim fonksiyondur.)
- A) f fonksiyonu birebir ise g fonksiyonu da birebirdir.
B) $f(x) \cdot g(x) = I(x)$
C) f 'nin görüntü kümesi, g 'nin görüntü kümesidir.
D) $f(2) = g(2)$
E) g fonksiyonu doğrusal fonksiyon ise f fonksiyonu da doğrusal fonksiyondur.

11. I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{3}$
II. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x - 1$
III. $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$, $f(x) = 2x - 1$

Yukarıdaki fonksiyonlardan hangileri birebir ve örten fonksiyondur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

12. Gerçek sayılarda tanımlı,
 $f(x) = 2^{x+1}$ ve $g(x) = \frac{f(x+1) - f(x)}{f(x-1)}$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $g(x)$ fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) Sabit fonksiyondur.
B) Birim fonksiyondur.
C) Üstel fonksiyondur.
D) Doğrusal fonksiyondur.
E) Birebir ve örten bir fonksiyondur.

13. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = x^{3-m} + x^{2-m} + m^2 + m$

fonksiyonu veriliyor.

$f(x)$ fonksiyonu doğrusal bir fonksiyon olduğuna göre, $f(m)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

FONKSİYONLARDA İŞLEMLER

A ve B boş olmayan iki küme ve $A \cap B \neq \emptyset$ olmak üzere,

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g: B \rightarrow \mathbb{R}$$

fonksiyonları verilsin.

I. $f \mp g: A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$

$$(f \mp g)(x) = f(x) \mp g(x)$$

II. $f \cdot g: A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

III. $\frac{f}{g}: A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad (g(x) \neq 0)$$

IV. $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$c \cdot f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(c \cdot f)(x) = c \cdot f(x)$$

V. $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$c + f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$(c + f)(x) = c + f(x)$$

Örnek Soru

$f: \{(0, 1), (1, 5), (3, 4), (5, 2)\}$ ve
 $g: \{(1, 4), (2, 9), (3, 16), (4, 1)\}$ ise
 $\sqrt{g} - 3^f$ fonksiyonunu bulunuz.

Biz Çözdük

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}, A = \{0, 1, 3, 5\}$$

$$g: B \rightarrow \mathbb{R}, B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\sqrt{g} - 3^f: A \cap B \rightarrow \mathbb{R}, A \cap B = \{1, 3\} \text{ tür.}$$

$$(\sqrt{g} - 3^f)(1) = \sqrt{g(1)} - 3^{f(1)} = \sqrt{4} - 3^5 \\ = 2 - 243 = -241$$

$$(\sqrt{g} - 3^f)(3) = \sqrt{g(3)} - 3^{f(3)} = \sqrt{16} - 3^4 \\ = 4 - 81 = -77$$

O halde

$$\sqrt{g} - 3^f: \{(1, -241), (3, -77)\} \text{ dir.}$$

Örnek Soru 20

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - x + 3$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 3x - 2$$

olduğuna göre $\left(f^2 - f \cdot g + \frac{8f}{g}\right)(2)$ kaçtır?

Sen Çöz 20

Fonksiyonların Birbirleri Türünden Yazılması

Örnek Soru

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$f(x) = x - 2 \text{ fonksiyonu veriliyor.}$$

Buna göre, $f(2x + 1)$ fonksiyonunun $f(x)$ türünden eşitini bulunuz.

Biz Çözdük

$$f(x) = x - 2 \Rightarrow x = f(x) + 2$$

$$f(2x + 1) = 2x + 1 - 2 = 2x - 1 = 2 \cdot (f(x) + 2) - 1 \\ = 2f(x) + 3$$

Örnek Soru

$f(x) = 3^{x-5}$ olduğuna göre, $f(2x)$ ifadesinin $f(x)$ cinsinden eşiti nedir?

Biz Çözdük

$$f(x) = 3^x \cdot 3^{-5}$$

$$f(x) = 3^x \cdot \frac{1}{3^5} \Rightarrow \boxed{3^x = 3^5 \cdot f(x)}$$

$$f(2x) = 3^{2x-5} = 3^{2x} \cdot 3^{-5} = (3^x)^2 \cdot 3^{-5} \\ = (3^5 \cdot f(x))^2 \cdot 3^{-5} \\ = 3^{10} \cdot f^2(x) \cdot 3^{-5} \\ = 3^5 \cdot f^2(x)$$

Örnek Soru 21

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{3x-1}{4} \text{ fonksiyonu veriliyor.}$$

Buna göre, $f\left(\frac{5x}{6}\right)$ nin $f(x)$ cinsinden eşiti nedir?

Sen Çöz 21

Örnek Soru 22

$$f(x) = \frac{7f(x) - 18x}{5} \text{ olduğuna göre,}$$

$f(3x + 8)$ in $f(2x)$ türünden eşiti nedir?

Sen Çöz 22

* Fonksiyonlarda değişken değiştirmesi yapılarak fonksiyon farklı değişkene bağlı olarak da yazılabilir.

Örnek Soru

Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f\left(\frac{4x-3}{5x+1}\right) = \frac{5x+1}{4x-3} - \frac{5x+1}{4x-3} + 8$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(7)$ kaçtır?

Biz Çözdük

$$f\left(\frac{4x-3}{5x+1}\right) = \frac{5x+1}{4x-3} - \frac{4x-3}{5x+1} + 8 \text{ ifadesinde}$$

$$\frac{4x-3}{5x+1} = x \text{ yazalım.}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} - x + 8 = \frac{1-x^2+8x}{x}$$

$$f(x) = \frac{1-x^2+8x}{x} \text{ olur.}$$

$$f(7) = \frac{1-49+56}{7} = \frac{8}{7} \text{ dir.}$$

Örnek Soru

$$f(3x^2 - x + 2) = \frac{9x^2 - 3x - 5}{2}$$

olduğuna göre $f(1)$ kaçtır?

Biz Çözdük

$$f(3x^2 - x + 2) = \frac{9x^2 - 3x - 5}{2} \text{ ifadesinde}$$

$$3x^2 - x + 2 = x \text{ yazalım.}$$

$$f(3x^2 - x + 2) = \frac{3 \cdot (3x^2 - x + 2) - 11}{2}$$

$$f(x) = \frac{3 \cdot x - 11}{2}$$

$$f(1) = \frac{3 \cdot 1 - 11}{2} = -\frac{8}{2} = -4$$

Örnek Soru

$f(x - 1) = 5x - 2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f(3x - 2)$ fonksiyonunu bulunuz.

Biz Çözdük

$f(x - 1)$ kullanarak $f(3x - 2)$ ifadesini elde edebilmek için $x - 1$ ifadesini $3x - 2$ ye eşitlemeliyiz.

işlem yaparken x 'ler karışmasın diye $x - 1$ ifadesindeki x 'i, x^* şeklinde gösterelim.

$$x^* - 1 = 3x - 2$$

$$x^* = 3x - 1$$

$f(x - 1)$ fonksiyonunda x yerine $3x - 1$ yazalım.

$$f(3x - 1 - 1) = 5 \cdot (3x - 1) - 2$$

$$f(3x - 2) = 15x - 7 \text{ dir.}$$

Örnek Soru 23

Ürün	Adet	Fiyat
Çay	X	$f(x) = 5x^3 - 8x$
Kahve	X	$g(x) = 7x$
Soğuk içecek	X	$h(x) = x^2$



Yukarıda bir kafenin çay, kahve ve soğuk içeceklerin x adet fiyatları verilmiştir. Bir grup arkadaş bu kafede 3 tane çay, 5 tane kahve ve 3 tane soğuk içecek sipariş vermiştir.

Buna göre bu grubun ödediği toplam fiyat ne kadardır?

Sen Çöz 23

Örnek Soru

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

$$f\left(2x + \frac{1}{x}\right) = 4x^2 + \frac{1}{x^2} + 3$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

a) $f(x)$ fonksiyonunu,

b) $f\left(x - \frac{1}{2x}\right)$ fonksiyonunu bulunuz.

Biz Çözdük

a) Tamkare özdeşliğinden,

$$\left(2x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4x^2 + 4 + \frac{1}{x^2} \text{ dir.}$$

Buradan,

$$\begin{aligned} f\left(2x + \frac{1}{x}\right) &= 4x^2 + \frac{1}{x^2} + 3 = \left(2x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 + 3 \\ &= \left(2x + \frac{1}{x}\right)^2 - 1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

$$2x + \frac{1}{x} = x \text{ alalım. Buradan}$$

$$f(x) = x^2 - 1 \text{ olur.}$$

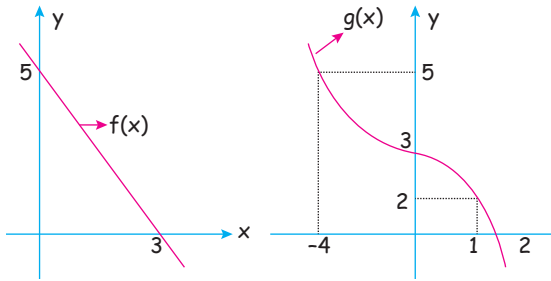
b) $f(x) = x^2 - 1$

$$\begin{aligned} f\left(x - \frac{1}{2x}\right) &= \left(x - \frac{1}{2x}\right)^2 - 1 \\ &= x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2x} + \frac{1}{4x^2} - 1 \\ &= x^2 + \frac{1}{4x^2} - 2 \end{aligned}$$

1. $f(5x - 3) = 7x + 2$ olduğuna göre $f(2x) + f(3x) = f(6x)$ eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

A) $\frac{31}{7}$ B) $\frac{28}{7}$ C) $-\frac{28}{7}$
D) $-\frac{31}{7}$ E) $\frac{62}{7}$

2.



Yukarıda gerçekte sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $f(5) \cdot g(1) + \frac{f(8)}{g(0)} - g(-4)$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{120}{9}$ B) $-\frac{124}{9}$ C) $-\frac{129}{9}$
D) $-\frac{130}{9}$ E) $-\frac{133}{9}$

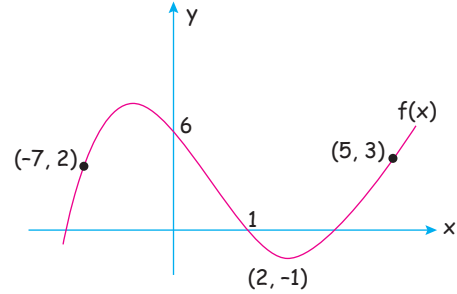
3. $f(x) = \begin{cases} 5ax - 7, & x < 2 \\ 5, & 2 \leq x < 6 \\ -6x + a, & x \geq 6 \end{cases}$

ve $f(-1) + f(5) - f(9) = 34$ eşitlikleri veriliyor.

Buna göre a. $\frac{f(6)}{f(0)}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{93}{7}$ B) $\frac{96}{7}$ C) $\frac{99}{7}$
D) $\frac{102}{7}$ E) $\frac{104}{7}$

ÇİTA YAYINLARI 4.



Yukarıda gerçekte sayılarda tanımlı f fonksiyonunun grafiği ve grafik üzerinde bazı noktaların koordinatları verilmiştir.

Buna göre, $f(5) - f(2) + f(0) \cdot f(-7)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x^2 - 3x + 1) = 2x^2 - 6x + 20$$

$$g\left(x - \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 3x + \frac{3}{x} - 8$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f(-2) + g(7)$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

6. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f\left(\frac{x^2 - 3}{2x^2 + 1}\right) = \frac{4x^2 + 2}{x^2 - 1} + 27$$

olduğuna göre, $f(6)$ değeri kaçtır?

- A) 21 B) 24 C) 27 D) 28 E) 29

7. $x > 0$ olmak üzere $f(x)$ fonksiyonu için

$$x = \frac{x^2 + 7f(x)}{2f(x) - 1}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre f 'in hangi $x \in \mathbb{R}$ için görüntüsü 8 olabilir?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

8. f birim fonksiyon ve g doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$g(x - f(2x - 5)) = f(4x + 6) + 7$$

olduğuna göre, $g(6)$ değeri kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

9. $f(x) = \frac{4x - 5}{3}$ olduğuna göre,

$f\left(\frac{x}{3}\right)$ ün $f(x)$ cinsinden eşiti nedir?

A) $\frac{4f(x)}{9}$

B) $\frac{4f(x) - 15}{9}$

C) $\frac{3f(x) - 10}{9}$

D) $\frac{4f(x) + 30}{81}$

E) $\frac{4f(x) - 30}{81}$

10. Gerçek sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları, $\forall x \in \mathbb{R}$ için

$$f(x) + g(3x - 1) = x^2 - 7x + 8$$

$$f(x + 2) = f(x + 1) + 3$$

eşitliklerini sağlamaktadır.

$f(5) = 6$ olduğuna göre, $g(23)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1. n sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere,
Gerçek sayılarda tanımlı,

$$\begin{array}{c} \boxed{x} \\ \boxed{n} \end{array} = f(x)$$

$$f(x) = x^n - n^x$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\begin{array}{c} \boxed{4} \\ \boxed{n} \end{array} = 0$$

eşitliğini sağlayan n 'nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Gerçek sayılarda tanımlı f fonksiyonu $\forall x, y \in \mathbb{R}$ için

$$f(x \cdot y) = f(x) + f(y)$$

eşitliğini sağlamaktadır.

$$f(3) = 2$$

olduğuna göre, $f(27)$ kaçtır?

- A) 9 B) 6 C) 5 D) 3 E) 2

3. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} x-1, & x \geq 3 \\ x+1, & x < 3 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \geq 1 \\ 3x+1, & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$(f \cdot g)(1) + (f + g)(3)$$

ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = x^2 + x$$

$$g(x) = 3 + f(x - 1)$$

fonksiyonları verilmiştir.

Buna göre, $g(4)$ kaçtır?

- A) 4 B) 10 C) 12 D) 13 E) 15

5. x ve y pozitif gerçel sayılar olmak üzere n ve Y işlemleri

$$x = \sqrt{x} + 4 \quad \text{ve} \quad Y = 4y$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre, $9 - 4 + 1$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 13 B) 15 C) 16 D) 17 E) 19

6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$
 $f(x) = 16^{x-1}$
 olduğuna göre, $f\left(\frac{x}{2}\right)$ in $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{f(x)}$ B) $2\sqrt{f(x)}$ C) $\frac{1}{4}\sqrt{f(x)}$
 D) $\sqrt{2f(x)}$ E) $\sqrt[4]{2f(x)}$

7. f ve g gerçel sayılarda tanımlı iki fonksiyondur.

$$f(x) = 5x - 4$$

$$g(x) = 4x + 10$$

$$f(6) = g(m)$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 13

8. Gerçel sayılarda tanımlı

$$f(x) = 3 - 2x \text{ fonksiyonu veriliyor.}$$

Buna göre,

$$f(1 - x) - f(1 + x) \text{ kaçtır?}$$

- A) -2 B) -4 C) $2x$
 D) $4x$ E) $4x - 2$

9. Doğal sayılarda tanımlı f fonksiyonu

$$f(a) = (a + 3)!$$

şeklinde veriliyor.

$$\frac{f(2) + f(3)}{f(5) + f(4)} = \frac{1}{2m} \text{ olduğuna göre, } m \text{ kaçtır?}$$

- A) 6 B) 8 C) 18 D) 27 E) 39

10. AB iki basamaklı sayı olmak üzere,

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$f((AB)_x) = Ax^1 + B \cdot x^0$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f((23)_5) + f((19)_4)$ toplamının kaçtır?

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32

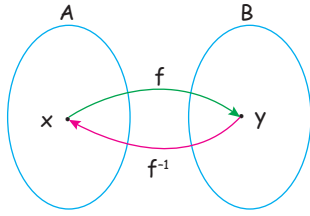
TERS FONKSİYON

$f: A \rightarrow B$, $y = f(x)$ fonksiyonu birebir ve örten ise f fonksiyonunun tersi de birebir ve örten bir fonksiyondur. Bu durum,

$$f^{-1}: B \rightarrow A \quad x = f^{-1}(y)$$

şeklinde gösterilir.

$f: A \rightarrow B$, $f(x) = y$ birebir ve örten bir fonksiyon olmak üzere,



$$f: A \rightarrow B \Leftrightarrow f^{-1}: B \rightarrow A$$

$$f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x \text{ dir.}$$

- * Kuralı verilen fonksiyonun tersini bulmak için x yalnız bırakılır ve yalnız kalan x yerine $f^{-1}(x)$ yazılır. Eşitliğin diğer tarafındaki y yerine x yazılır.

$$y = f(x) = ax + b$$

$$y = ax + b \Rightarrow \frac{y-b}{a} = x$$

$$\frac{x-b}{a} = f^{-1}(x)$$

- * Bazı fonksiyonların tersleri,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$1. \quad f(x) = ax \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{a}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$2. \quad f(x) = ax - b \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+b}{a}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$3. \quad f(x) = \frac{ax-b}{c} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{cx+b}{a}$$

$$f: \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

$$4. \quad f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

Örnek Soru

$$A = \{a, b, c\}$$

$$B = \{0, 1, 2\}$$

A'dan B'ye tanımlanan aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin tersi de bir fonksiyondur?

A) $\{(a, 0), (b, 0), (c, 0)\}$

B) $\{(a, 1), (b, 2), (c, 1)\}$

C) $\{(a, 0), (b, 2), (c, 1)\}$

D) $\{(a, 2), (b, 1), (c, 2)\}$

E) $\{(a, 0), (b, 1), (c, 1)\}$

Biz Çözdük

Şıklar incelendiğinde C şikkının birebir ve örten olduğu görülür. Dolayısıyla

$f: \{(a, 0), (b, 2), (c, 1)\}$ fonksiyonunun tersi de bir fonksiyondur.

$f^{-1}: \{(0, a), (1, c), (2, b)\}$ dir.

Örnek Soru

Birebir ve örten oldukları aralıklarda tanımlı olan fonksiyonların terslerini bulunuz.

a) $f(x) = 2x - 5$

e) $f(x) = \frac{4x}{x-3}$

b) $f(x) = \frac{3x+1}{5}$

f) $f(x) = \frac{1-5x}{x+2}$

c) $f(x) = 4 - 2x$

g) $f(x) = \frac{1}{x}$

d) $f(x) = \frac{2x-5}{x-1}$

h) $f(x) = \frac{4-2x}{3-x}$

Biz Çözdük

a) $f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}$

e) $f^{-1}(x) = \frac{3x}{x-4}$

b) $f^{-1}(x) = \frac{5x-1}{3}$

f) $f^{-1}(x) = \frac{1-2x}{x+5}$

c) $f^{-1}(x) = \frac{-x-4}{2}$

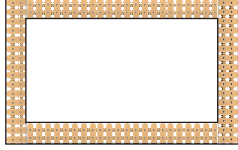
g) $f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$

d) $f^{-1}(x) = \frac{x-5}{x-2}$

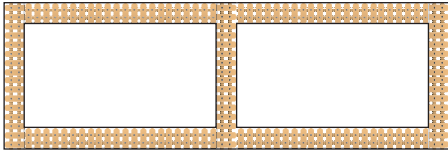
h) $f^{-1}(x) = \frac{4-3x}{2-x}$

Örnek Soru

Ali Bey arazisini dikdörtgen şeklinde parsellere bölerek hobi bahçeleri haline getirip, bahçelerin ortak kenarlarına bir çit diğer kenarların her birine bir çit gelecek şekilde parselleri çitle çevirip satmak istiyor.



1. şekil



2. şekil

Arazi, yukarıdaki 1. şekilde bir tane dikdörtgen, 2. şekilde iki tane dikdörtgen, 3. şekilde üç tane dikdörtgen şeklinde devam ederek parsellere ayrılacaktır.

Dikdörtgen şeklinde bölünecek arazi için kullanılan tahta çit sayısı x ve şeklin içindeki dikdörtgen sayısını $f(x)$ olarak veren f fonksiyonunun tersini bulunuz.

Biz Çözdük

1. şekilde 4 tahta çit
 2. şekilde 7 tane tahta çit kullanılmıştır.
- fonksiyon $f(x) = 3x + 1$ şeklindedir.

$$f^{-1}(x) = \frac{x-1}{3} \text{ tür.}$$

Örnek Soru 24

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{12x-8}{3}$ olduğuna göre,
 $f^{-1}(18)$ kaçtır?

Sen Çöz 24

Örnek Soru

$$f: (-\infty, -4) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 + 6x - 2 \text{ olduğuna göre,}$$

$f^{-1}(x)$ in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

Biz Çözdük

$f(x) = x^2 + 6x - 2$ ifadesini tam kare bir ifade şeklinde yazalım.

$$y = f(x) = x^2 + 6x + 9 - 11$$

$$y = (x + 3)^2 - 11$$

$$\sqrt{y+11} = |x+3|$$

$$\mp \sqrt{y+11} = x+3$$

$x < -4$ olduğundan

$$|x+3| = -x-3 \text{ olur.}$$

$$x = -\sqrt{y+11} - 3$$

$f^{-1}(x) = -\sqrt{x+11} - 3$ olur. O halde $x = -7$ seçilirse fonksiyonun tersinin en büyük tam sayı değeri bulunur.

$$f^{-1}(x) = -\sqrt{-7+11} - 3 = -5$$

Örnek Soru 25

f fonksiyonu tanımlı olduğu aralıkta birebir ve ör-tendir.

$$f\left(\frac{x+5}{2x-3}\right) = \frac{x+8}{x-2} \text{ olduğuna göre,}$$

$f^{-1}(3)$ kaçtır?

Sen Çöz 25

Unutma!

$$f: \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ fonksiyonu birebir ve örtendir.

$$y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

ifadesi de bir fonksiyondur.

$$f: \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}, \quad f^{-1}: \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$$

fonksiyonun kendisinde x yerine yazılırsa tanımsız olur.

fonksiyonun tersinde x yerine yazılırsa tanımsız olur.

Yani tanım kümesinden $f(x)$ fonksiyonunu tanımsız yapan x değeri, değer kümesinden de $f(x)$ fonksiyonunun tersini tanımsız yapan x değeri çıkarılır.

Örnek Soru

$$f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{a\}$$

$$f(x) = \frac{x+8}{mx-16}$$

olduğuna göre $f(1) \cdot a - m$ değeri kaçtır?

Biz Çözdük

$f(x)$ fonksiyonunda x yerine 2 yazılırsa payda sıfır olur.

$$mx - 16 = 0$$

↓

$$2m = 16 \Rightarrow m = 8 \Rightarrow f(x) = \frac{x+8}{8x-16}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{16x+8}{mx-1} = \frac{16x+8}{8x-1}$$

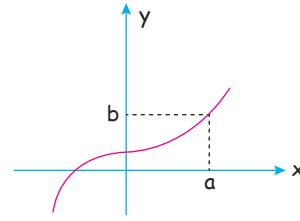
(fonksiyonun tersinde $x = a$ yazılırsa sıfır olur.)

$$8a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{8}$$

$$f(1) = \frac{9}{-8} = -\frac{9}{8}$$

$$f(1) \cdot a - m = -\frac{9}{8} \cdot \frac{1}{8} - 8 = -\frac{9}{64} - 8 = -\frac{521}{64}$$

* $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinde, a'nın görüntüsü b dir. b'nin tersten görüntüsü a'dır.



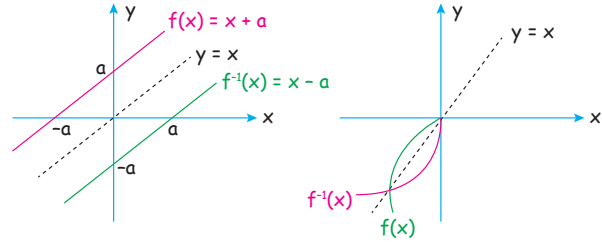
Bu durum

$$f(a) = b \text{ ve}$$

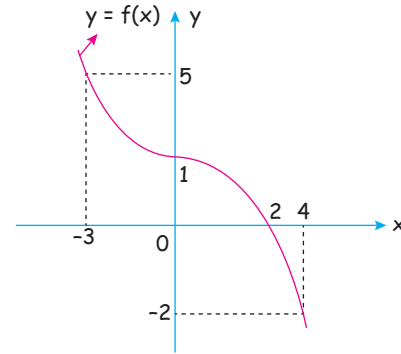
$$f^{-1}(b) = a$$

şeklinde gösterilir.

Birebir ve örtten olan, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile $y = f^{-1}(x)$ ters fonksiyonun grafiği $y = x$ (1. açıortay) doğrusuna göre birbirinin simetriğidir.



Örnek Soru



Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$f^{-1}(5),$$

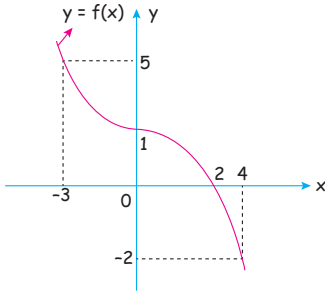
$$f^{-1}(1),$$

$$f^{-1}(0),$$

$$f^{-1}(-2),$$

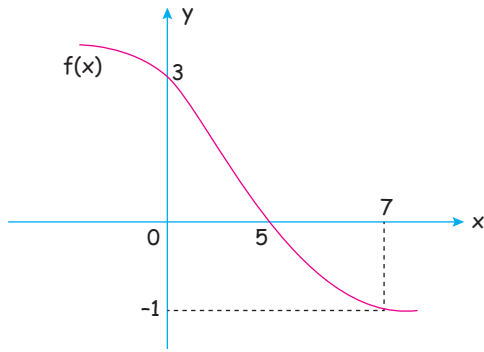
değerlerini bulunuz.

Biz Çözdük



$$\begin{aligned} f(-3) &= 5 \\ f^{-1}(5) &= -3 \\ f(0) &= 1 \\ f^{-1}(1) &= 0 \\ f(2) &= 0 \\ f^{-1}(0) &= 2 \\ f(4) &= -2 \\ f^{-1}(-2) &= 4 \text{ dür.} \end{aligned}$$

Örnek Soru 26



Yukarıda verilen $f(x)$ fonksiyonu $[0, 7]$ aralığında birebir ve örtendir.

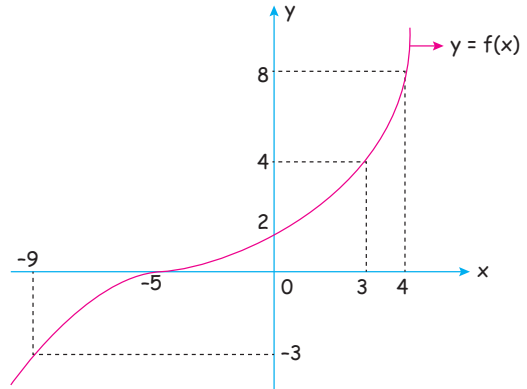
Buna göre,

$$\frac{f(7) \cdot f^{-1}(0) + f^{-1}(3)}{f^{-1}(-1)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

Sen Çöz 26

Örnek Soru 27



Yukarıda verilen $f(x)$ fonksiyonunun grafiğine göre

$$\frac{f(4) - f^{-1}(0)}{f(0) + f(3)} - \frac{f^{-1}(-3)}{f^{-1}(4)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

Sen Çöz 27

BİLEŞKE FONKSİYON

$f: A \rightarrow B$ örten ve $g: B \rightarrow C$ olmak üzere A 'nın elemanlarını f ve g fonksiyonları ile C 'nin elemanlarıyla eşleyen fonksiyona bileşke fonksiyon denir.

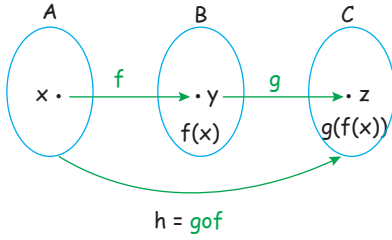
Ya da

$f: A \rightarrow B$ ve $g: B \rightarrow C$ fonksiyonları verilsin.

$\forall x \in A$ için $h(x) = g(f(x))$ şeklinde tanımlanan

$h: A \rightarrow C$ fonksiyonuna f ve g fonksiyonlarının bileşke fonksiyonu denir.

$h = g \circ f$ ile veya $h(x) = g(f(x))$ şeklinde gösterilir.



$$h(x) = g(f(x)) = (g \circ f)(x)$$

Örnek Soru

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 8x + 7 \text{ ve}$$

$$g(x) = x^2 - 11x + 10$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

a) $(f \circ g)(10)$

b) $(g \circ f)(-1)$

değerlerini bulunuz.

Biz Çözdük

a) $(f \circ g)(10) = f(g(10))$

$$g(10) = 10^2 - 11 \cdot 10 + 10 = 0$$

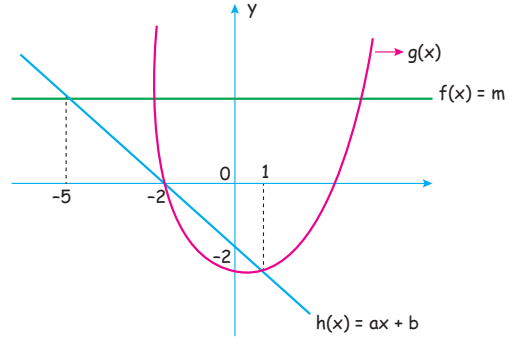
$$f(g(10)) = f(0) = 7 \text{ dir.}$$

b) $(g \circ f)(-1) = g(f(-1))$

$$f(-1) = 1$$

$$g(f(-1)) = g(1) = 0 \text{ dır.}$$

Örnek Soru



Yukarıda gerçel sayılarda tanımlı $f(x)$, $g(x)$ ve $h(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ g \circ h)(1185)$ değeri kaçtır?

Biz Çözdük

$h(x) = ax + b$ doğrusu y ve x eksenlerini -2 noktasında kestiğine göre $h(x)$ fonksiyonunu eksenleri kestiği noktaları bilinen doğru denkleminde bulalım.

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{-2} = 1$$

$$y = -x - 2 \Rightarrow h(x) = -x - 2 \text{ olur.}$$

$h(x)$ ve $f(x)$ (-5) noktasında kesiştiğine göre

$$f(-5) = h(-5) = 3 \text{ tür. O halde } f(x) = m = 3 \text{ olur.}$$

$(f \circ g \circ h)(1185) = f(g(h(1185))) = 3$ tür. Çünkü $f(x)$ sabit fonksiyondur.

Örnek Soru

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{3}, & x \geq 4 \text{ ise} \\ 3x-2, & x < 4 \text{ ise} \end{cases}$$

olduğuna göre $(f \circ f \circ f \circ \dots \circ f)(7)$ kaçtır?
18794 tane

Biz Çözdük

$$x \geq 4 \text{ için } f(x) = \frac{x+2}{3} \text{ ve } f(7) = \frac{7+2}{3} = 3$$

$$x < 4 \text{ için } f(x) = 3x - 2 \text{ ve } f(f(7)) = f(3)$$

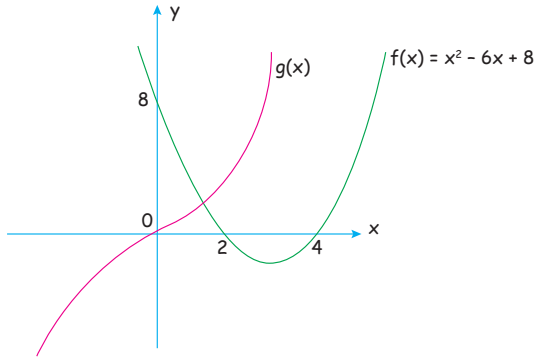
$$= 3 \cdot 3 - 2 = 7$$

O halde $f \circ f(7) = f(f(7)) = f(3) = 7$ olur.

$$(f \circ f \circ f \circ \dots \circ f)(4) = \begin{cases} 3, & \text{fonksiyon sayısı tek ise} \\ 7, & \text{fonksiyon sayısı çift ise} \end{cases}$$

Dolayısıyla $(f \circ f \circ f \circ \dots \circ f)(7) = 7$ dir.

Örnek Soru 28



Yukarıda $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ g \circ f)(4)$ değeri kaçtır?

Sen Çöz 28

Bileşke Fonksiyonun Özellikleri

f , g ve h fonksiyonları tanımlı olduğu aralıklarda birbir ve örten fonksiyonlar olmak üzere,

- * $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x = I(x)$
- * $(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
- * $(f \circ g \circ h)^{-1}(x) = (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(x)$
- * $(f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$
- * $f \neq g \Rightarrow (f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$
- * $f = g \Rightarrow (f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$
- * $f = g \Rightarrow (h \circ f)(x) = (h \circ g)(x)$ tir.

Örnek Soru

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere

$$f(x) = ax + 81 \quad g(x) = bx - 3a^2$$

fonksiyonları veriliyor.

$(f \circ g)(x)$ birim fonksiyon olduğuna göre $a + b$ toplamı kaçtır?

Biz Çözdük

$(f \circ g)(x) = x$ olduğundan

$f^{-1}(x) = g(x)$ dir.

$$\frac{x - 81}{a} = bx - 3a^2$$

$$-\frac{81}{a} = -3a^2 \Rightarrow a = 3$$

$$\frac{1}{a} = b \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$a + b = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

Örnek Soru 29

f ve g birebir ve örten fonksiyonlardır.

$$(f \circ g)^{-1}\left(\frac{x+2}{3}\right) = \frac{4x+5}{6}$$

$$f(5) = 2 \text{ ve } g\left(\frac{a-3}{4}\right) = 5$$

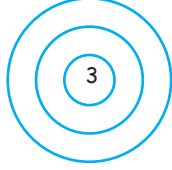
olduğuna göre a kaçtır?

Sen Çöz 29

1. Doğal sayılar kümesi üzerinde tanımlanan,

$$f(x) = \begin{cases} x+7, & x \text{ tek ise} \\ x+11, & x \text{ çift ise} \end{cases}$$

fonksiyonuna göre;



ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 30 B) 28 C) 26 D) 24 E) 22

2. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} x-5, & x < -1 \\ x^2 - 2x + 1, & x \geq -1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 3x-1, & x < 3 \\ 6x, & x \geq 3 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonları verilmiştir.

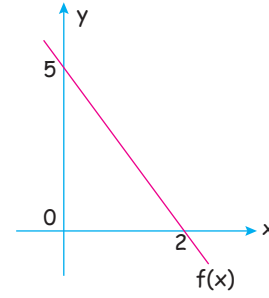
Buna göre,

- I. $(f + g)(2) = 1$
 II. $(2f - 5g)(-3) = 34$
 III. $(f \circ g)(1) = 1$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

3.



Yukarıda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$g(x) = 5 - 3f(x)$$

olduğuna göre, $(f \circ g)(2)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5 B) $\frac{15}{2}$ C) -5 D) $-\frac{15}{2}$ E) $\frac{25}{2}$

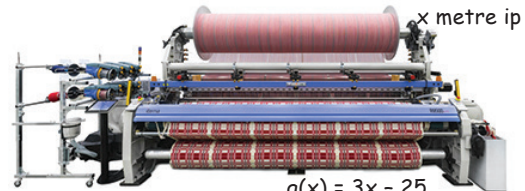
ÇİTA YAYINLARI

4.



$3x^2 + 2x + 1$
metre iplik

İplik makinesi



x metre ip

$$g(x) = 3x - 25$$

Dokuma makinesi

Yukarıda verilen iplik dokuma makineleri ile x kg yünden sırasıyla $(3x^2 + 2x + 1)$ metre iplik ve $(3x - 25)$ metre kumaş elde ediliyor.

x kg yün önce iplik makinesine sonra çıkan iplik dokuma makinesine atıldığında 26 metre kumaş elde edildiğine göre kaç kilogram yün kullanılmıştır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5. KLM üç basamaklı bir doğal sayı olmak üzere

$$f(\overrightarrow{KLM}) = 10M + 2K + L - 2$$

$$g(\overleftarrow{KLM}) = 10L - 3M + 2K + 45$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$f(\overrightarrow{KLM}) = 114 \text{ olduğuna göre}$$

$f(g(\overleftarrow{KLM}))$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 112 B) 81 C) 61 D) 43 E) 21

6. $f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$ birebir ve örten bir fonksiyon olmak üzere;

$$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

olduğuna göre, $f(a \cdot b)$ değeri kaçtır?

- A) -6 B) 6 C) 12 D) 21 E) 24

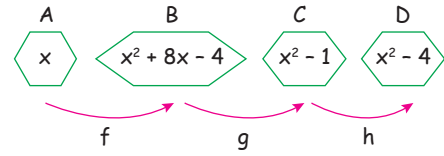
7. $f: \mathbb{R} - \left\{-\frac{2}{5}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{12}{5}\right\}$ olmak üzere,

$$2x + 5xf^{-1}(x) = 12f^{-1}(x) + 1$$

olduğuna göre $y = f(x)$ fonksiyonu aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) $\frac{1-2x}{5x-12}$ B) $\frac{12x+1}{5x+2}$ C) $\frac{12x-1}{5x+2}$
D) $\frac{12x-1}{5x-2}$ E) $\frac{5x+2}{12x-1}$

- 8.



Yukarıda verilen şekilde,

A'dan B'ye f fonksiyonu

B'den C'ye g fonksiyonu

C'den D'ye h fonksiyonu tanımlanmıştır.

Buna göre $(f \circ h \circ g)(-20) + (h^{-1} \circ f)(1)$ değeri kaçtır?

- A) 234 B) 236 C) 238
D) 240 E) 244

- 9.

"f: $x \rightarrow x$ sayısının pozitif bölenlerinin toplamı"

"g: $x \rightarrow x$ sayısının pozitif bölenlerinin sayısı"

Yukarıda f ve g fonksiyonları tanımlanmıştır.

Buna göre $(f \circ g \circ f \circ g)(180)$ değeri kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

- 10.

"f fonksiyonu x gerçekte sayısını tam kısmına en yakın tam kare ifade ile eşleştirmektedir."

Buna göre.

$$f\left(\frac{7}{2}\right) + f\left(\frac{45}{4}\right) + f\left(\frac{27}{2}\right)$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 21 B) 25 C) 29 D) 33 E) 36

1. n bir reel sayı olmak üzere pozitif reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları

$$f(x) = nx^2 + 1$$

$$g(x) = \frac{2x}{n} + 7$$

şeklinde veriliyor.

$g(2) = (g \circ f)(1)$ olduğuna göre $(f^{-1} \circ g)(3)$ değeri kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$
D) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $n \in \mathbb{R}$ ve n bir parametre olmak üzere,

$$3^n - 1 = x$$

$$5^{-n} + 2^{n-1} + 5 = y \rightarrow y = f(x)$$

parametrik denklemleriyle tanımlanmıştır.

Buna göre $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{21}{4}$ B) 41 C) $\frac{41}{4}$ D) $\frac{51}{4}$ E) 61

3. Tanımlı olduğu aralıklarda

$$f(a, b) = \{(a, b) \mid a^2 - b^2 = 11 \text{ ve } a, b \in \mathbb{N}\}$$

$$g(a, b) = \{3a + b, 2a + 2b\}$$

fonksiyonları verilmiştir.

Buna göre,

I. $g(a, b) = \{23, 22\}$

II. $g(a \cdot b, b + a) = (90, 82)$

III. $a \cdot b = 11$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

4. $f = \{(0, 16), (1, 25), (2, 9), (3, 4), (4, 1), (5, 0), (6, 36)\}$

$$g = \{(0, 6), (2, 3), (-1, 2), (-3, 5), (-5, 4)\}$$

$$h = \sqrt{f} + g$$

şeklinde tanımlanan f , g ve h fonksiyonları verilmiştir.

Buna göre, $(f \circ h \circ g^{-1})(3)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 9 C) 16 D) 25 E) 36

5. Tanımlı olduğu aralıkta, birebir ve örten olan

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun tersi

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a} \text{ dir.}$$

$$f(x) = \frac{4nx-5}{-8-x}$$

fonksiyonu için $f(x) = f^{-1}(x)$ eşitliği sağlandığına göre $f(2) + f^{-1}(2)$ toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{11}{5}$ B) $-\frac{11}{10}$ C) $\frac{11}{5}$ D) $\frac{11}{10}$ E) $\frac{11}{2}$

6. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = 2x + 3$$

$$g(x) = x^2 + 3x - 3$$

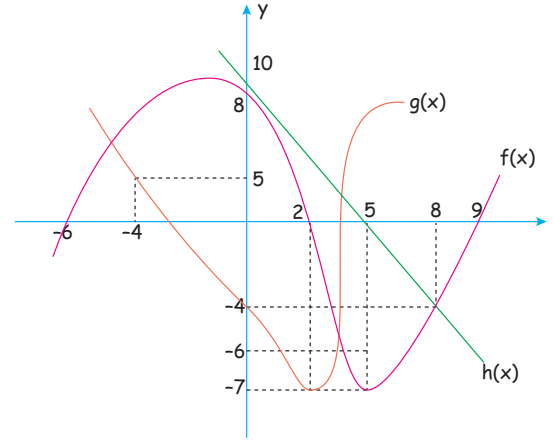
$$h(x) = \begin{cases} x-5, & g(x) \geq f(x) \\ 2x+8, & g(x) < f(x) \end{cases}$$

şeklinde tanımlanan f, g ve h fonksiyonları verilmiştir.

Buna göre, $(hogof^{-1})(3) + h(5)$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -6 C) -8 D) -11 E) -13

- 7.



Yukarıda gerçel sayılarda tanımlı f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(f^{-1}ogoh)(4)$ değeri kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 3 D) -4 E) 9

8. f ve g doğrusal fonksiyonlardır.

$$g^{-1}(x) + 8 = g(x)$$

$$f(x) - 4 = f^{-1}(x)$$

olduğuna göre $f(g^{-1}(3)) + g^{-1}(f(-2))$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) -3 C) -4 D) -7 E) 7

1. f birebir ve örten bir fonksiyon olmak üzere

$$f(2x + 1) = f^{-1}(3x - 2)$$

olduğuna göre, $(f \circ f)(3)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $f(x) = 3x - 2$

$$(f \circ g)(x) = 2x - 3 \cdot g(x + 3)$$

olduğuna göre, $g(5) + g(2)$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

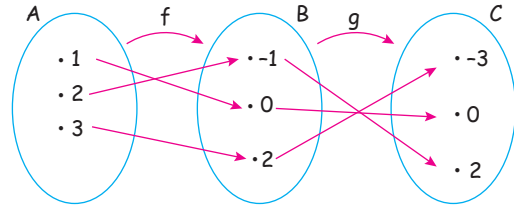
3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinde tanımlı f ve g fonksiyonları aşağıdaki şekilde verilmiştir.

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Buna göre, $(f^{-1} \circ g)(5)$ in değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 4.



f ve g fonksiyonları yukarıda verilmiştir.

Buna göre,

$$(g \circ f)(2) + f^{-1}(2) + g(2)$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 2 D) 3 E) 4

5. m ve n sıfırdan farklı birer gerçekte sayıdır.

$$f(mx + n) = x$$

$$f(m) + f(n) = 5$$

olduğuna göre, $\frac{n}{m}$ oranı kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

6. $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$

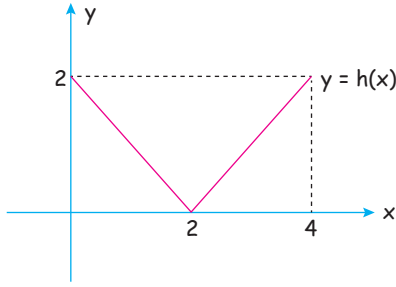
$$2 + x \cdot f(x) = 2f(x) + 2x$$

olarak verilmiştir.

$y = f(x)$ fonksiyonu birebir ve örten olduğuna göre $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x+2}{x-2}$ B) $\frac{x+2}{2x+2}$ C) $\frac{x-2}{x+2}$
D) $\frac{2x-2}{x-2}$ E) $\frac{x+1}{x-2}$

7.



Yukarıda $y = h(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} x-3, & h(x+1) \geq 2 \\ x^2-1, & h(x+1) < 2 \end{cases}$$

olduğuna göre, $(f \circ f)(3)$ kaçtır?

- A) 5 B) 3 C) 0 D) -1 E) -3

8. Doğal sayılarda tanımlı bir $f(x)$ fonksiyonu " x 'ten küçük tek sayıların toplamı" şeklinde tanımlanıyor.

$f(x) = 49$ olduğuna göre, x en az kaçtır?

- A) 14 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

9. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} 4x-6 & x \geq 2 \\ ax+b & x < 2 \end{cases}$$

fonksiyonu birebir ve örtendir.

$f^{-1}(-7) = -1$ olduğuna göre, $f^{-1}(-19)$ kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

ÇİTA YAYINLARI

10.

$$f(x) = x^3 - 3$$

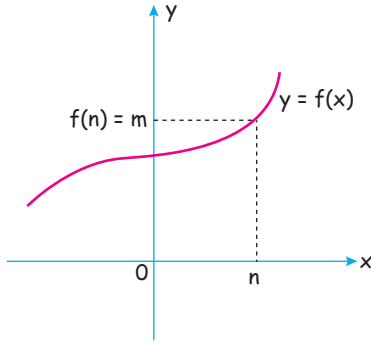
$$(g \circ f)(x) = \frac{2x^3 - 1}{4}$$

olduğuna göre, $g^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{2x+5}{4}$ B) $\frac{2x-5}{4}$ C) $\frac{4x-5}{2}$
D) $\frac{4x+5}{2}$ E) $\frac{4x+1}{2}$

FONKSİYON GRAFİKLERİ

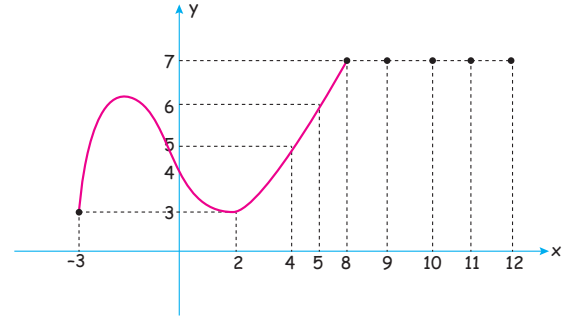
- * Bir (n, m) sıralı ikilisini oluşturan bileşenler bir f fonksiyonunun kuralı olan $y = f(x)$ ifadesini, $m = f(n)$ şeklinde sağlarsa (n, m) noktası düzlemde f fonksiyonunun grafiği üzerinde olur.
- * Verilen nokta $(n, f(n))$ şeklinde de yazılabilir.
- * n tanım kümesinin bir elemanı ve $f(n) = m$ ise m görüntü kümesinin bir elemanıdır. Bundan dolayı m, n 'in f altındaki görüntüsüdür.
- * Koordinat düzleminde x eksenini tanım kümesi y eksenini değer kümesidir. " m " değer kümesinden bir eleman $m = f(n)$ ve n tanım kümesinin bir elemanı ise m 'in f altındaki ters görüntüsü " n " dir.



f fonksiyonu birebir ve örten ise,

$$f(n) = m \Leftrightarrow f^{-1}(m) = n \text{ dir.}$$

Örnek Soru



Yukarıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- Tanım kümesini
- Görüntü kümesini
- Tanım kümesindeki $-3, 4, 8, 9$ 'in f altındaki görüntüsü
- Görüntü kümesindeki 4 ve 6 'nın f altındaki ters görüntüsünü bulunuz.

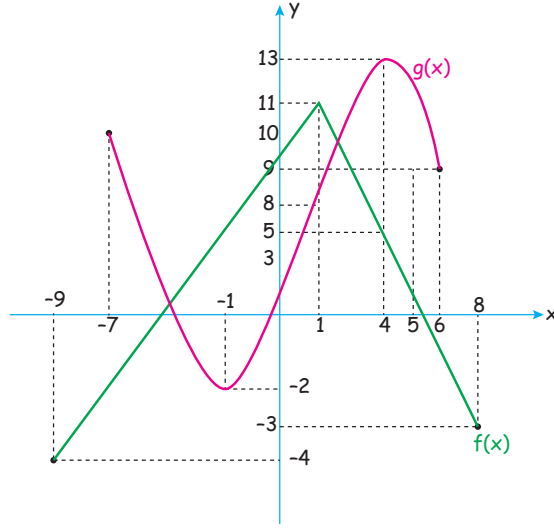
Biz Çözdük

- Fonksiyonun tanım kümesini x eksenini belirtir. Fonksiyon grafiğindeki her noktadan x eksenine dik doğrular çizdiğimizde bu doğrular x eksenini tanım kümesinin elemanlarına karşılık gelecek şekilde kesecektir. O halde f 'in tanım kümesi; $[-3, 8] \cup \{9, 10, 11, 12\}$ dir.
- Görüntü kümesini bulmak için bu sefer y eksenine çizilen dik doğrular görüntü kümesini verecektir. Görüntü kümesi $[3, 7]$ dir.
- Tanım kümesindeki $-3, 4, 7$ ve 8 'in koordinat düzleminde eşleştiği noktalar ($f: A \rightarrow B \quad x \in A$ ve $y \in B \quad y = f(x) \quad (x, y) = (x, f(x))$) $f(-3) = 3$ $f(4) = 5$ $f(8) = 7$ $f(9) = 7$ dir.
- Koordinat düzlemine baktığımızda $(0, 4), (5, 6)$ noktalarında $f(0) = 4$ ve $f(5) = 6$ dır. Terslerini alırsak

$$f(0) = 4 \Rightarrow f^{-1}(4) = 0$$

$$f(5) = 6 \Rightarrow f^{-1}(6) = 5 \text{ bulunur.}$$

Örnek Soru



Yukarıda f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre;

- f ve g fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümeleri
- $3f(1) + g(6) + (f - 2g)(4)$ değerini,
- $(f \circ f)(4)$ değerini,
- $(g \circ f)(7) + (g \circ f^{-1})(5)$ değerlerini bulunuz.

Biz Çözdük

- a) f fonksiyonunun;

tanım kümesi; $[-9, 8]$

görüntü kümesi; $[-4, 11]$

g fonksiyonunun;

tanım kümesi; $[-7, 6]$

görüntü kümesi; $[-2, 13]$

$$\left. \begin{array}{l} b) \quad f(1) = 11 \\ \quad g(6) = 9 \\ \quad f(4) = 5 \\ \quad g(4) = 13 \end{array} \right\} \Rightarrow 3f(1) + g(6) + (f - 2g)(4) = 3 \cdot 11 + 9 + (5 - 26) = 42 - 21 = 21$$

- c) $(f \circ f)(4) = f(5) = 3$

$f(4) = 5$

$f(5) = 3$

- d) $(g \circ f)(7) + g \circ f^{-1}(5) = g(f(7)) + g(f^{-1}(5)) = g(-1) + g(4) = -2 + 13 = 11$

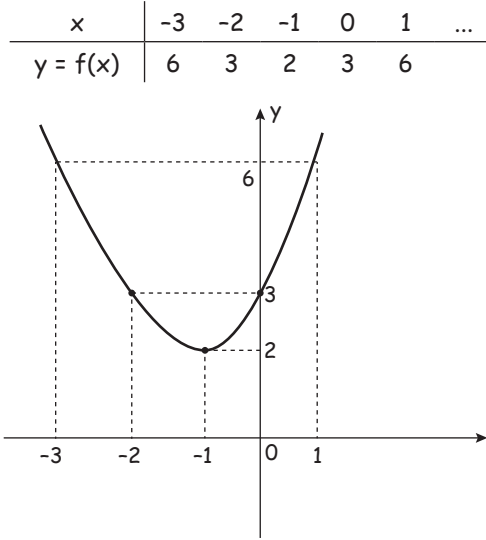
Unutma!

Fonksiyonlarda grafik çizerken x (tanım kümesinin elemanı)'e verilen değerlere karşılık gelen y (değer kümesinin elemanları) değerleri bulunur. Bulunan (x, y) noktası işaretlenerek işaretlenen noktalar birleştirilir.

Örnek Soru

$y = f(x) = x^2 + 2x + 3$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

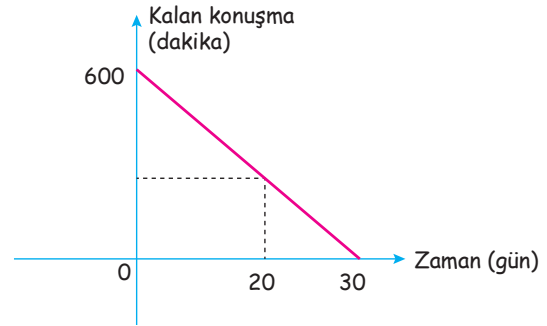
Biz Çözdük



Örnek Soru 30

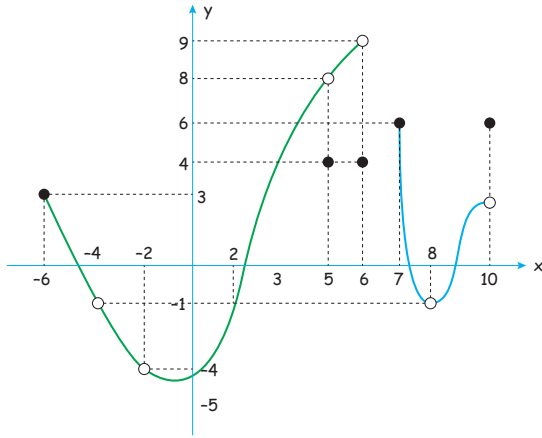
Yanda, bir GSM operatörünün müşterilerine sunduğu konuşma paketinde zamana bağlı olarak kalan konuşma miktarını dakika olarak gösteren grafik verilmiştir.

Buna göre, bu paketi kullanan birinin konuşma paketinde 20. gün sonunda kaç dakikası kalmıştır?



Sen Çöz 30

1.



Yukarıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

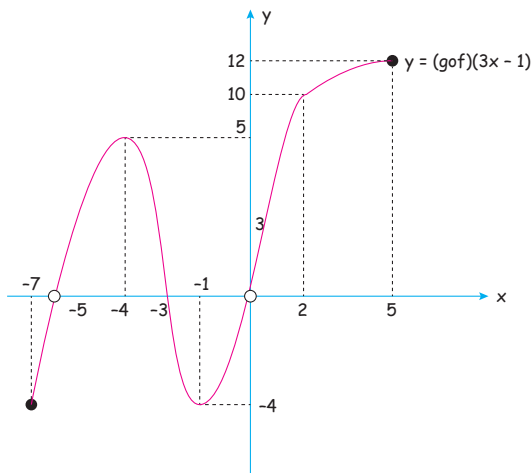
Buna göre;

$$\frac{f^{-1}(-4) \cdot f(6) + (f \circ f)(7)}{f(-6) \cdot f^{-1}(-1)}$$

değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 3

2. Aşağıda, $y = g \circ f(3x - 1)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



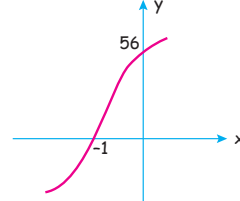
$g(x) = 2x - 8$ olduğuna göre,

$f^{-1}(2) + f(-10) + (g \circ f)(-4)$ değeri kaçtır?

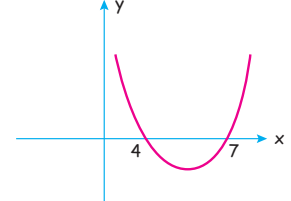
- A) -10 B) -8 C) -6 D) -4 E) -2

3.

Baş katsayısı 1 olan dördüncü dereceden bir polinom fonksiyonun kökleri birer tam sayıdır. Bu fonksiyonun grafiğinin farklı görüntüleri aşağıda verilmiştir.



Şekil - 1



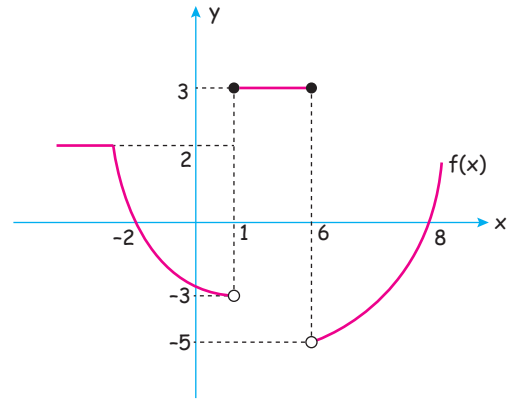
Şekil - 2

Buna göre $f(1)$ değeri kaçtır?

- A) 102 B) 104 C) 108 D) 110 E) 112

ÇİTA YAYINLARI

4.



Yukarıdaki grafik $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğidir.

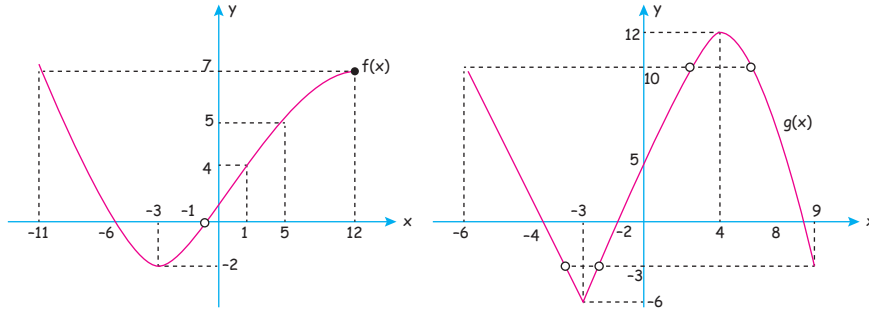
Buna göre

$$\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{51 \text{ tane}}(6) + f(-125) - f(3)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5.



Yukarıda, $f: [-11, 12] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ ve

$g: [-6, 9] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = g(x)$

fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

I. $f(5) + g^{-1}(-6) + (f \circ g)(0) = 0$

II. $g(f^{-1}(0)) + (f \circ g)(4) = 17$

III. $g(-3) + g^{-1}(-3) + f(g^{-1}(10)) = 3$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

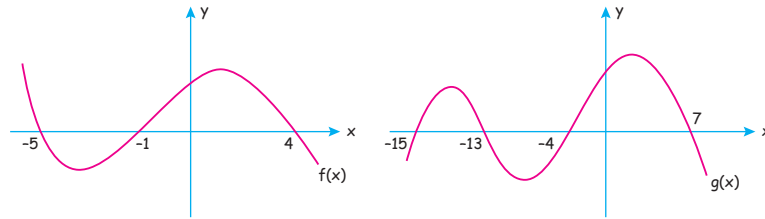
B) Yalnız II

C) I ve II

D) I ve III

E) II ve III

6.



Yukarıda, gerçekte sayılardan tanımlı $y = f(x)$ ve

$y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

I. $f(0) \cdot f(9) < 0$

II. $g(0) \cdot f(-3) > 0$

III. $g(-12) \cdot f(2) \cdot (g \circ f)(4) > 0$

IV. $f(5) + g(9) < 0$

V. $f(3) + g(5) < 0$

VI. $\frac{g(1)}{f(7)} + \frac{f(-15)}{g(-6)} > 0$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) I ve III

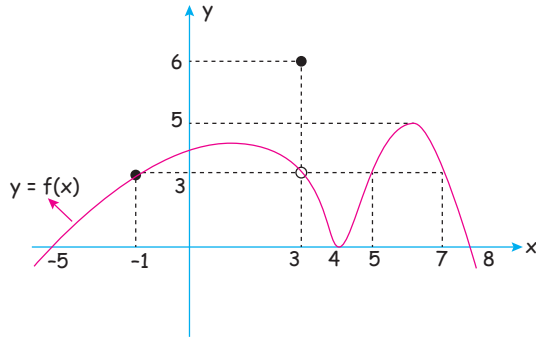
B) I, III ve IV

C) II, III, IV ve VI

D) I, III, IV ve V

E) II, III, V ve IV

7.

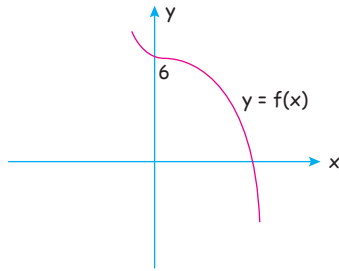


$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ in grafiği yukarıda verilmiştir.

$(f \circ f)(x - 4) = 6$ eşitliğini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

- A) 10 B) 13 C) 17 D) 23 E) 29

8.



Yukarıda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

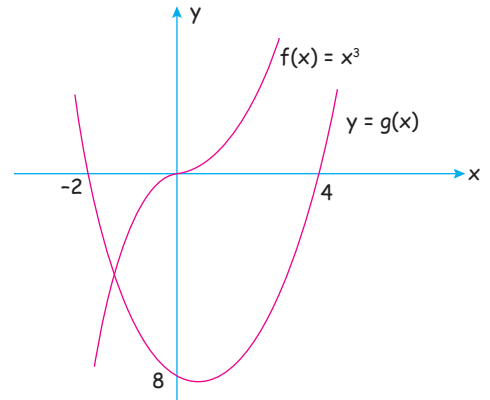
$$f^{-1}(5) \cdot f(8) < 0$$

$f^{-1}(7) \cdot f(6) < 0$ olduğuna göre,

$f^{-1}(0)$ değeri kaç olabilir?

- A) 5 B) $\frac{11}{2}$ C) 6 D) $\frac{13}{2}$ E) $\frac{81}{10}$

9.



Yukarıda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = g(x)$

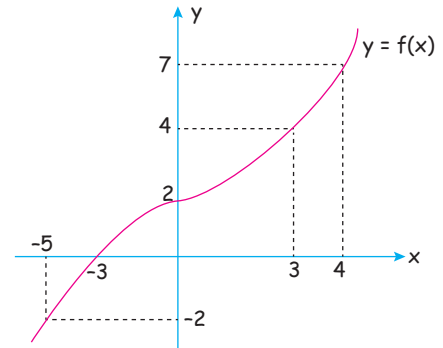
fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $(g \circ f^{-1} \circ g)(0)$ değeri kaçtır?

- A) -8 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

ÇİTA YAYINLARI

10.

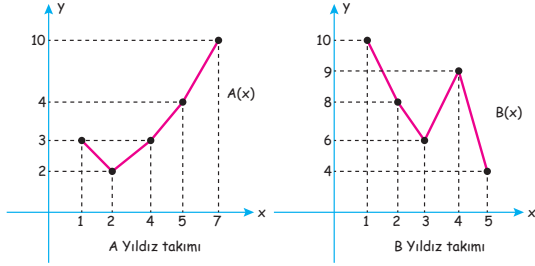


Yukarıda $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $\frac{f(4) - f^{-1}(0)}{f(0) + f(3)}$ ün değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 2

1. Uzak araştırmalarını seven ve ilgilenen Mevlüt'e babası Serdar teleskop alıyor ve babası ile teleskoptan yıldızları inceliyorlar. Matematik öğretmeni olan Serdar teleskopta gördükleri yıldızların konumlarını ve aralarındaki doğrusal uzaklığı koordinat sisteminde aşağıdaki gibi $A(x)$ ve $B(x)$ fonksiyonları ile modellemiştir.



Buna göre, $A(1) \cdot B(3) - \frac{B(1)}{A(2)} + B(4) - A(7)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

2. Doğal sayılarda tanımlı $f(\widehat{x}) = \{x \text{ sayısının rakamları toplamı}\}$ fonksiyonu veriliyor.

Örneğin; $f(\widehat{123}) = 1 + 2 + 3 = 6$

olduğuna göre, $(f \circ f)(\widehat{987})$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. Dalış olimpiyatlarına hazırlanan Belinay, tüplü dalış antrenmanları yapmaktadır ve su altında 16 dk kalabilmektedir. Belinay'ın ilk sekiz dakikada su altında kaldığı süre t olmak üzere, aldığı yol $\frac{t}{4}$ metredir. Sonraki sekiz dakikada da su altında kaldığı toplam süre t olmak üzere, aldığı yol $(\frac{t}{2} + \frac{1}{3})$ metredir.

Buna göre, Belinay'ın su altında aldığı yolun (m) zaman (t)'a bağlı değişimini gösteren fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(t) = \begin{cases} \frac{t}{4}, & 0 \leq t < 8 \\ \frac{t}{2} + \frac{1}{3}, & 8 \leq t \leq 16 \end{cases}$

B) $f(t) = \begin{cases} 4t, & 0 < t < 8 \\ \frac{t}{3} + \frac{1}{2}, & 8 \leq t \leq 16 \end{cases}$

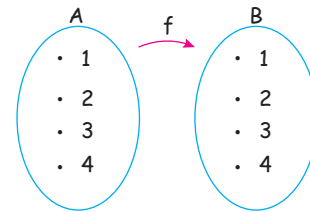
C) $f(t) = \begin{cases} \frac{t}{4}, & 0 \leq t \leq 8 \\ \frac{t}{2} + \frac{1}{3}, & 8 < t \leq 16 \end{cases}$

D) $f(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} + \frac{1}{3}, & 0 \leq t \leq 8 \\ \frac{t}{4}, & 8 \leq t \leq 16 \end{cases}$

E) $f(t) = \begin{cases} \frac{t}{4}, & 0 \leq t < 8 \\ \frac{t}{6} + \frac{1}{3}, & 8 \leq x \leq 16 \end{cases}$

ÇİTA YAYINLARI

- 4.

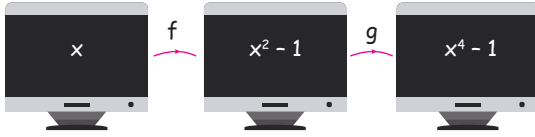


$f: A \rightarrow B$ tanımlanan fonksiyon $\forall x_1 \in A$ için $f(x_1) \neq 2x_1$ şartını sağlamaktadır.

Buna göre bu şartı sağlayan kaç farklı f fonksiyonu yazılabilir?

- A) 144 B) 216 C) 232 D) 240 E) 256

5.



Bilgisayarlar arasında veri aktarımı yapılırken aktarılan verilerin boyutunun x 'e bağlı değişimini veren fonksiyonlar f ve g dir.

Buna göre, $(g \circ f)(-3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 64 B) 72 C) 80 D) 88 E) 96

6.

Pozitif gerçel sayılarda tanımlı f fonksiyonu $x \geq 1$ olmak üzere,

$$f(x+2) = f(x) + 2x$$

eşitliğini sağlıyor.

$f(1) = 15$ olduğuna göre, $f(23)$ kaçtır?

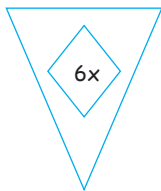
- A) 128 B) 129 C) 256 D) 257 E) 512

7.

$$\begin{array}{|c|} \hline x+1 \\ \hline \end{array} = 3x-1$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 2x+3 \\ \hline \end{array} = 4x-7$$

şeklinde tanımlanıyor.



ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $18x - 17$ B) $24x - 25$ C) $36x - 43$
D) $48x - 51$ E) $12x - 19$

8.

$a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ olmak üzere,

$f(x) = ax + b$ fonksiyonu için

$f(x) = f^{-1}(x)$ eşitliği sağlanıyor.

Buna göre,

I. $a = -3$ ve $b = 7$

II. $a = -1$ olmalı

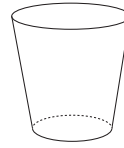
III. $(f \circ f)(x)$ birim fonksiyondur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

ÇİTA YAYINLARI

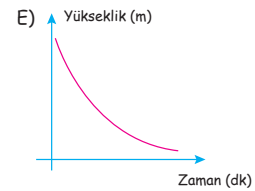
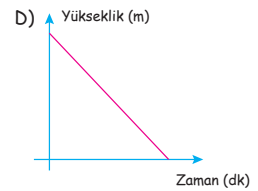
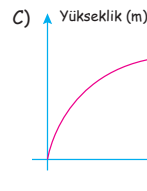
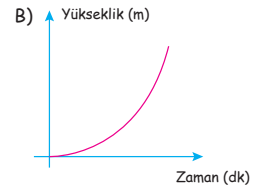
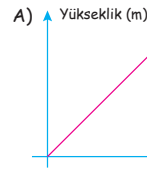
9.



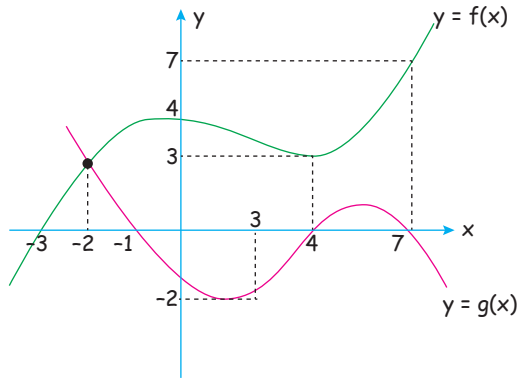
Yanda verilen bardağa otomattan ayran dolduruluyor.

Otomattan sabit hız ile bardağa doldurulan ayranın yüksekliğinin zamana bağlı değişimini gösteren

grafik aşağıdakilerden hangisi olabilir?



1.



Dik koordinat düzleminde $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, $\frac{(g \circ f)(4) + f^{-1}(g(-2))}{g^{-1}(3) + (f \circ g)(-1)}$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

2. Gerçel sayılarda tanımlı

$$f(x) = 10 \cdot x^9 - 8 \cdot x^7 + 6 \cdot x^5 - 4x^3 + 2x - 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$f(-1783) + f(-1782) + \dots + f(1782) + f(1783)$$

toplamı kaçtır?

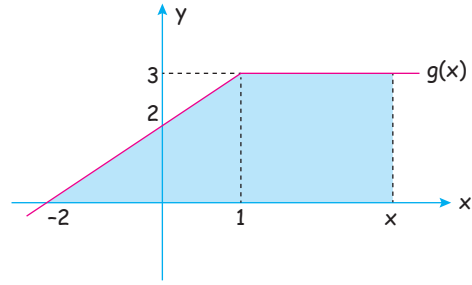
- A) -1783 B) 1783 C) 0
D) -3566 E) 3566

3. $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3} - 5$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) 9 B) 13 C) 17 D) 21 E) 29

4.



Yukarıda $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = g(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$f(x)$: " $g(x)$ fonksiyonu ile x - eksenini arasında kalan alan" olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $f\left(\frac{9}{2}\right)$ fonksiyonunun değeri kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

ÇİTA YAYINLARI

5.

Gerçek sayılarda tanımlı, $B(x)$ ve $Q(x)$ fonksiyonları

$${}_d^a B_c^b = (a+b)x + c, d = \beta(x)$$

$${}_d^a \theta_c^b = (b+d)x + a, c = \theta(x)$$

şeklinde veriliyor.

Buna göre, $\left(\frac{1}{3}\beta_{-2}^{-3}\right)(2) + \left(\frac{2}{-1}\theta_{-1}^3\right)(3)$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

6.

Gerçek sayılarda tanımlı birebir ve örten f ve g fonksiyonları için,

$$(g \circ f)(3x - 7) = g(3x + 12)$$

olduğuna göre, $f^{-1}(15)$ değeri kaçtır?

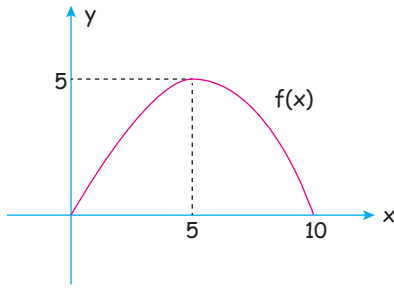
- A) 4 B) 2 C) -4 D) -5 E) -7

7. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$

$f: A \rightarrow B$ tanımlanan bir fonksiyondur $\forall x_1 \in A$ ve $f(x_1) - x_1 \geq 5$ şartını sağlayan kaç farklı fonksiyon yazılabilir?

- A) 25 B) 75 C) 100 D) 120 E) 180

8.



Yukarıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

- I. $f^{-1}(4)$ ifadesinin 2 farklı değeri vardır.
 II. $f^{-1}(10) = 8$ dir.
 III. $(f \circ f)^{-1}(2)$ ifadesinin 2 farklı değeri vardır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
 D) I ve III E) I, II ve III

9. Gerçek sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonları için,

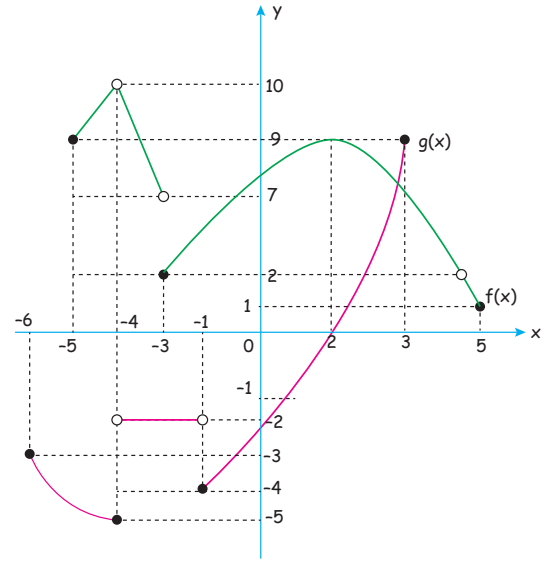
$$(f + g)(x) = 6x - 13$$

$$(f - g)(x) = 4x + 7$$

olduğuna göre, $(g \circ f)(4)$ değeri kaçtır?

- A) 12 B) 9 C) 7 D) 6 E) 4

10.



Yukarıda $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

Buna göre

$$\frac{g(3) + f(5) \cdot (g \circ f^{-1})(2)}{f(g^{-1}(0))}$$

değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{10}{9}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $\frac{7}{9}$ E) $\frac{2}{3}$

11. $f(x)$ sabit fonksiyon, $g(x)$ birim fonksiyon olmak üzere,

$$f(4x + 1) + g(3x - 7) = f(x^2 - 2x + 3) + g(2x - 1)$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Yeni Nesil Sorular

1. $f(x,y) = \frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y} + \frac{|xy|}{xy}$

fonksiyonunun en geniş görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-3, -1, 1, 3\}$ B) $\{-3, -1, 1\}$ C) $\{-1, 1, 3\}$ D) $\{-3, 1\}$ E) $\{-1, 3\}$

2. KLM üç basamaklı, KL, LM ve KM iki basamaklı sayılar olmak üzere,

$$\text{KLM} \xrightarrow{f} \text{K}^2 + \text{L}^2 + \text{M}^2$$

$$\text{KLM} \xrightarrow{g} \text{KL} + \text{LM} + \text{KM}$$

şeklinde tanımlanan f ve g fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$(f \circ g)(453)$$

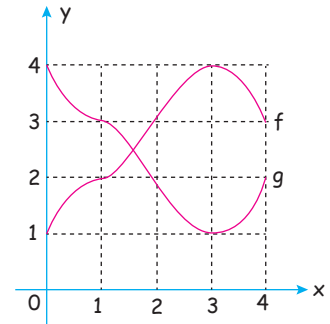
ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 34 B) 25 C) 24 D) 18 E) 16

3. Dik koordinat düzleminde $[0, 4]$ aralığında tanımlı $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Bir $m \in (0, 1)$ sayısı için,

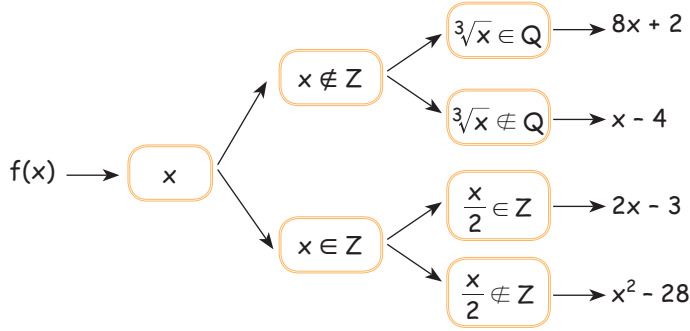
- I. $(f \circ g)(m)$
 II. $(g \circ f)(m)$
 III. $(f \circ f)(m)$
 IV. $(g \circ g)(m)$
 V. $(g \circ f \circ f)(m)$



ifadelerinden aynı aralıkta değer alanlar eşleştirildiğinde hangisi açıkta kalır?

- A) I B) II C) III D) IV E) V

4. Gerçek sayılarda tanımlı $f(x)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanıyor.



Buna göre, $f(4) + f\left(\frac{1}{8}\right) + f(-5)$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 12 C) 8 D) 5 E) -2

5. $f: \mathbb{R} - \{-2, -3\} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{8}{x^2 + 5x + 6}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$f(3) + f(4) + f(5) + \dots + f(10)$$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{63}{64}$ B) $\frac{64}{65}$ C) $\frac{54}{55}$ D) $\frac{76}{77}$ E) $\frac{43}{44}$

6. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümeleri veriliyor.

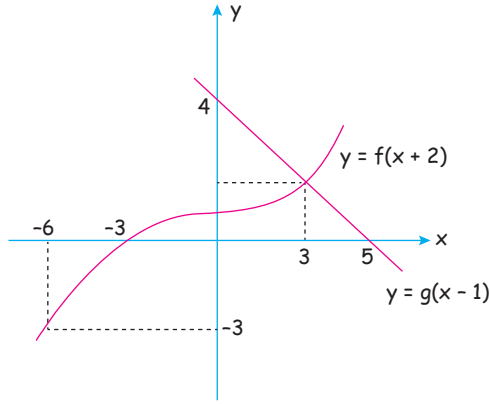
Buna göre, $\forall k \in A$ için,

$$k. f(k) \leq 12$$

koşulunu sağlayan kaç tane $f: A \rightarrow B$ fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 300 B) 240 C) 220 D) 200 E) 180

7.



Şekilde gerçekte sayılarda tanımlı f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

$$\frac{f(5) + g(-1)}{2 \cdot f(-1) - 5 \cdot g(5)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{11}{2}$

B) $\frac{7}{5}$

C) $\frac{9}{4}$

D) $\frac{3}{2}$

E) $-\frac{3}{4}$

8.

Soru: f ve g gerçekte sayılarda tanımlı fonksiyonlardır.
 $f(3x + 6) = 3x + 6$
 $g(x^2 + 4x - 1) = 5$ veriliyor.
Buna göre $f(2023) + g(2025)$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 2028 B) 2030 C) 2035
D) 4048 E) 4050

Tabletiyle canlı derse katılan Volkan, öğretmenin fonksiyonlar konusuyla ilgili yukarıda gösterilen sorusunu cevaplamıştır.

Öğretmen, Volkan'ın çözdüğü sorunun cevabının doğru olduğunu söylediğine göre, Volkan'ın cevabı aşağıdakilerden hangisidir?

A) E

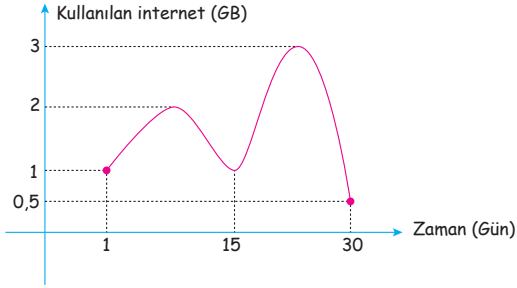
B) D

C) C

D) B

E) A

9. Cansel, telefonunda kalan internetine bakmak için XCELL hattının uygulamasına giriyor. Son bir aylık internet kullanımının zamana (gün) bağlı değişimini gösteren grafiğin aşağıdaki şekilde olduğunu görüyor.



Son bir ayda kullanılan internetin zamana (x) bağlı fonksiyonu $f(x)$ dir.

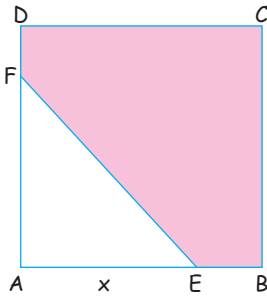
Buna göre,

- I. $f(x)$ fonksiyonu birebirdir.
- II. $f(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesi $[\frac{1}{2}, 3]$ tür.
- III. $f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyondur.

İfadelerinden hangileri yanlıştır?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) Yalnız III

- 10.



Yandaki şekilde ABCD karesi ve \widehat{FAE} ikiz kenar dik üçgeni verilmiştir.

Fonksiyonlar konusunu anlatan Erdem Hoca,

$|AB| = 4$ br , $|AE| = x$ br olmak üzere,

$f: (0, 3) \rightarrow \mathbb{R}$

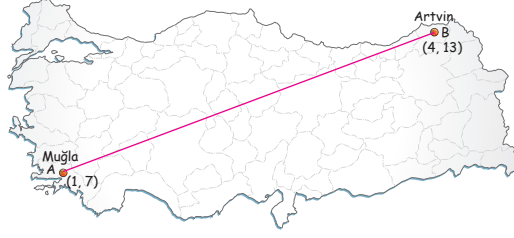
$f(x)$: "Taralı bölgenin alanı" fonksiyonunu tanımlıyor.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = 16 - 2x$ B) $f(x) = 16 - \frac{x^2}{2}$ C) $f(x) = 16 - x^2$ D) $f(x) = 16 - x$ E) $f(x) = x - 16$

Yeni Nesil Sorular

11.

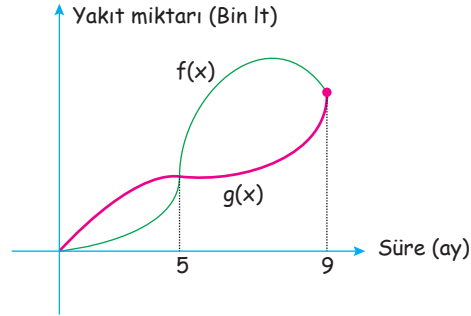


Şekildeki Türkiye haritasında Muğla şehri ile Artvin şehri arasındaki uzaklığın kuşbakışı görüntüsü gösterilmiştir.

İki şehir arasındaki uzaklığın gösterimi doğrusal bir fonksiyon belirttiğine göre, aşağıdaki noktalardan hangisi bu fonksiyon üzerinde değildir?

- A) (2, 9) B) (3, 11) C) (5, 15) D) (6, 17) E) (8, 23)

12. Mars'ta koloniler kurulduktan sonra turist taşımak isteyen iki uzay seyahat firmasına ait araçların 9 aylık yakıt tüketiminin zamana bağlı değişimi $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları ile modellenmiş ve bu fonksiyonların grafikleri aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- I. $x \in (6, 8)$ ise $f(x) > g(x)$
II. $x \in (2, 3)$ ise $g(x) > f(x)$
III. $x \in (4, 7)$ ise $f(x) > g(x)$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve III B) I ve II C) I, II ve III D) Yalnız III E) Yalnız I

13. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = |x + 1| - 2$ olmak üzere,

$\boxed{f(x)}$ işlemi,

$$\boxed{f(x)} = \begin{cases} 1, & f(x) > 0 \\ 0, & f(x) = 0 \\ -1, & f(x) < 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre,

$$\boxed{f(-1)} + \boxed{f(1)} + \boxed{f(2)}$$

toplamı kaçtır?

A) -2

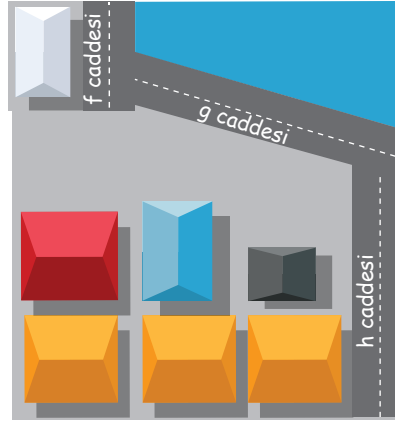
B) -1

C) 0

D) 1

E) 2

14.



Yukarıdaki resimde Umut'un işyerinden evine giderken geçtiği caddeler f , g ve h olarak adlandırılmıştır. Umut'un bu caddelerde t dk yürüdüğünde aldığı yolları ifade eden fonksiyonlar ise sırasıyla $f(t)$, $g(t)$ ve $h(t)$ olarak modellenmiştir.

$$f(t) = 2t^2 + 7 \text{ metre}$$

$$g(t) = t^3 - 10t^2 + 122 \text{ metre}$$

$$h(t) = 11t + 73 \text{ metre}$$

olmak üzere,

Umut, f caddesinin başında bulunan işyerinden h caddesinin sonunda bulunan evine gitmektedir. Umut, 5 dk f caddesi, 10 dk g caddesi ve 7 dk h caddesinde yürüdüğünde evine ulaşmaktadır.

Buna göre, Umut'un işyeri ve evi arası kaç metredir?

A) 329

B) 333

C) 337

D) 341




E) 345

Yeni Nesil Sorular


15. $f(x) = x^2 - 8x + 3$

$g(x) = 9x + 1$

$h(x) = x^2 - 2x - 3$



olmak üzere,  ,  ,  toplarının herbiri sırasıyla $f(x)$, $g(x)$ ve $h(x)$ fonksiyonlarına karşılık gelmektedir.

 : 7 adet

 : 4 adet

 : 4 adet



İçerisinde bu toplardan şekilde belirtildiği sayıda bulunan torbadan birer tane  ve  topu çıkarıldıktan sonra kalan toplar toplandığında $t(x)$ fonksiyonu oluşmaktadır.

Buna göre, $\sqrt{t(2)}$ değeri kaçtır?

A) 13

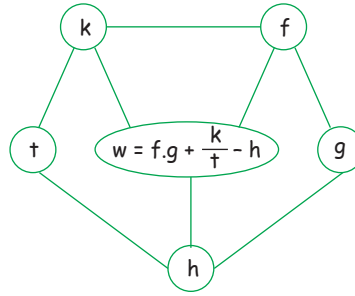
B) 12

C) 11

D) 10

E) 9

16.



Yukarıda verilen şekle göre f , g , h , t , k fonksiyonları ile yapılan işlemler sonucu w fonksiyonu elde edilmektedir.

$f(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 8$

$g(x) = x^2 + 5x - 10$

$h(x) = 10x - 5$

$t(x) = 3$

$k(x) = 4x^2 - 1$

olduğuna göre, $w(2)$ değeri kaçtır?

A) -2

B) 0

C) 2

D) 4

E) 6

17. $a(x) = ax + b$ olmak üzere,

$$\triangle a(x) = 3ax + b - 5$$

$$\square a(x) = 2ax + b + 3$$

işlemleri tanımlanmıştır.

$f(x) = -2x + 1$ ve $g(x) = 5x - 8$ fonksiyonları için,

$$\triangle g(3) : \square f(2) + \triangle f(-1) \cdot \square g(1)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

18.

Bilgi: $A = \{a, b, c, d\}$ kümesi verilsin. A 'dan A 'ya tanımlı birebir ve örten fonksiyonlar f ve g

$$f(a) = b, g(a) = a$$

$$f(b) = d, g(b) = d$$

$$f(c) = c, g(c) = b$$

$$f(d) = a, g(d) = c$$

olmak üzere,

$$f = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & d & c & a \end{pmatrix} \text{ ve } g = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & d & b & c \end{pmatrix}$$

şeklinde gösterilebilir. Bu şekilde tanımlanmış fonksiyona permütasyon fonksiyon denir.

Yukarıda verilen bilgiye göre

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 7 & 0 & 5 & 9 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

şeklinde verilen f ve g fonksiyonları için $(f \circ g)(4) + (f^{-1} \circ g^{-1})(7)$ değeri kaçtır?

- A) 13 B) 11 C) 10 D) 9 E) 7

19. Tam sayılar kümesi üzerinde tanımlı

$$f_n(x) = \{x \text{ sayısının } n \text{ pozitif tam sayısı ile bölümündeki bölüm}\}$$

fonksiyonu verilmiştir.

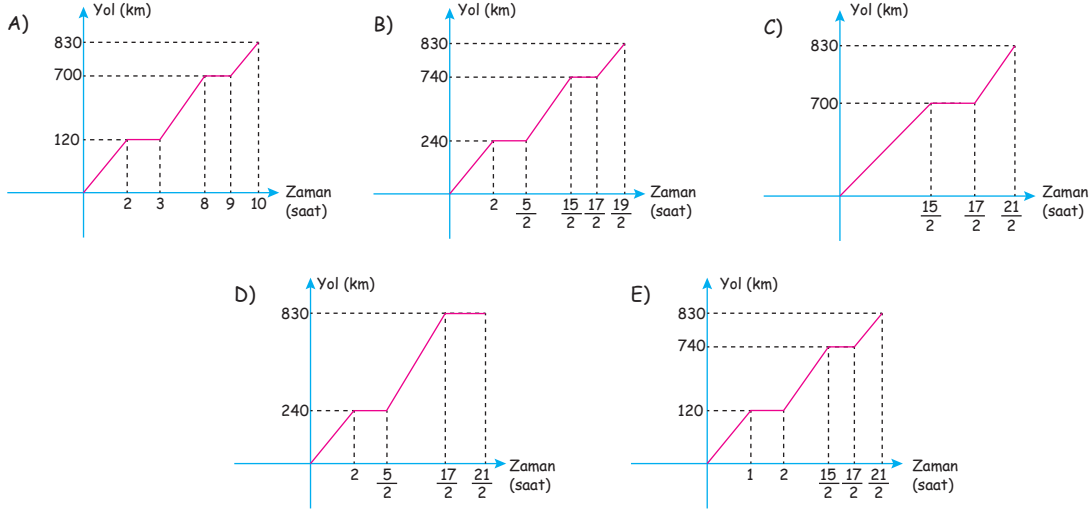
Buna göre, $(f_5 \circ f_4 \circ f_3)(199)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 66 B) 42 C) 28 D) 16 E) 3

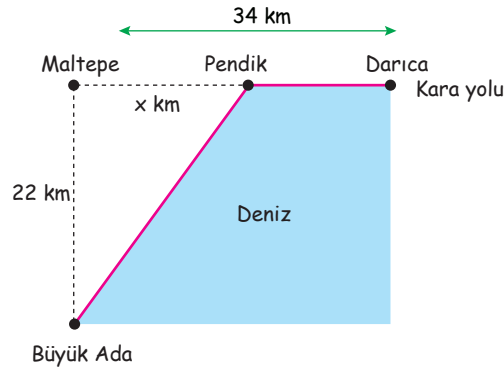
Yeni Nesil Sorular

20. Volkan aracı ile Ankara'dan Erzurum'a gitmek için yola çıkmıştır. 120 km/s hızla giden Volkan 2 saat sonra yarım saat mola vermiştir. Tekrar yola çıktığında 100 km/s hızla 5 saat ilerledikten sonra aracın tekeri patlamıştır. Tekerini tamir etmek için 1 saat uğraşmış kalan yolu 90 km/s hızla 1 saat daha giderek Erzurum'a varmıştır.

Buna göre Volkan'ın Ankara - Erzurum arası yapmış olduğu hareketin yol zaman grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



21.



Büyük Ada, Maltepe, Pendik ve Darıca'nın krokisi yukarıda verilmiştir. Büyük Ada'da bulunan İbrahim vapur ile giderek Pendik'e km başı 1,5 TL öder iken Pendik'ten Darıca'ya taksi ile giderek km başı 7 TL ödeyecektir. İbrahim, Büyükada - Pendik - Darıca güzerhanı kullanarak Darıca'ya ulaşmıştır.

x , Maltepe ve Pendik arasındaki mesafeyi göstermek üzere, ulaşım ücretini x türünden ifade eden fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{x^2 + 484} \cdot 1,5 + (34 - x) \cdot 7$ B) $\sqrt{x^2 - 484} \cdot 7 + (34 - x) \cdot 1,5$
 C) $\sqrt{x^2 + 484} \cdot 7 + (34 - x) \cdot 1,5$ D) $\sqrt{x^2 - 484} \cdot 1,5 + (34 - x) \cdot 7$
 E) $\sqrt{x^2 + 484} \cdot 1,5 + (x - 34) \cdot 7$

22. ABC üç basamaklı rakamları farklı sayı olmak üzere,
 $f(\overline{ABC}) =$ "ABC'nin Rakamlarının çarpımı" olarak tanımlanıyor.

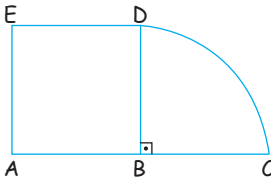
Örneğin;

$$f(\overline{527}) = 5 \cdot 2 \cdot 7 = 70$$

olduğuna göre, $f^{-1}(162)$ fonksiyonunda yazılabilecek üç basamaklı ABC sayısının en büyük değeri kaçtır?

- A) 666 B) 654 C) 693 D) 963 E) 992

23. Yandaki şekilde Ayşe Hanım'ın ABDE bir karesi ve çeyrek daireden oluşan bahçesi verilmiştir.



$|AD| = x$ br dir.

Ayşe Hanım, bahçesinin etrafını çitlerle çevirmek istiyor.

Buna göre, Ayşe Hanım'ın bahçesinin çevresini ifade eden $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) = 4x\sqrt{3} + \frac{\pi x}{4\sqrt{3}}$ B) $f(x) = 2x\sqrt{2} + \frac{\pi x}{2\sqrt{2}}$ C) $f(x) = 3x + \frac{\pi x}{4\sqrt{2}}$
D) $f(x) = 4x + \frac{\pi x}{4\sqrt{3}}$ E) $f(x) = 2x\sqrt{3} + \frac{\pi x}{2\sqrt{3}}$

CEVAP ANAHTARI

Sen Çöz

1. h ve t 2. 125 3. -41
 4. 5 5. içine 6. 45
 7. örten değildir 8. $\frac{9!}{6}$ 9. 13
 10. 4 11. 3 12. $-\frac{31}{5}$
 13. 0 14. 2 15. Yalnız III
 16. 7 17. $-9 = a$ 18. -93
 19. 71 20. 63
 21. $\frac{20f(x)-1}{24}$ 22. $\frac{3f(2x)+144}{2}$
 23. 65 24. $\frac{31}{6}$ 25. 7
 26. $-\frac{5}{7}$ 27. $\frac{31}{6}$ 28. 8
 29. 17 30. 200

TEST 1	1. B	2. A	3. D	4. A	5. E	6. D
	7. D	8. D	9. B	10. D		

TEST 2	1. C	2. E	3. D	4. D	5. D	6. D
	7. B	8. B	9. C	10. A	11. E	12. B

TEST 3	1. A	2. E	3. B	4. C	5. D	6. C
	7. D	8. D	9. C	10. B	11. D	12. A
	13. D					

TEST 4	1. A	2. D	3. C	4. E	5. D	6. D
	7. A	8. B	9. C	10. B		

TEST 5	1. B	2. B	3. E	4. E	5. E	6. C
	7. A	8. D	9. D	10. B		

TEST 6	1. B	2. E	3. D	4. A	5. C	6. D
	7. B	8. E	9. A	10. C		

TEST 7	1. B	2. C	3. A	4. E	5. A	6. C
	7. A	8. B				

TEST 8	1. A	2. D	3. B	4. C	5. B	6. D
	7. D	8. A	9. C	10. C		

TEST 9	1. C	2. D	3. C	4. C	5. E	6. B
	7. D	8. D	9. C	10. C		

TEST 10	1. C	2. A	3. C	4. A	5. C	6. D
	7. C	8. E	9. C			

TEST 11	1. B	2. D	3. B	4. B	5. E	6. C
	7. D	8. A	9. C	10. D	11. C	

YENİ NESİL	1. E	2. D	3. A	4. D	5. B	6. A
	7. B	8. E	9. C	10. B	11. E	12. B
	13. C	14. A	15. C	16. A	17. E	18. E
	19. E	20. B	21. A	22. D	23. B	